

Instationäre, nichtlineare Schwingungen
infolge stoßartiger Lasten in rotationssymmetrischen
Schalentragwerken unter besonderer Berücksichtigung
des Verbundwerkstoffes Stahlbeton

Von der Fakultät für Bauwesen
der Rheinisch-Westfälischen Technischen Hochschule Aachen

genehmigte Dissertation zur Erlangung
des akademischen Grades eines

Doktor - Ingenieurs

Vorgelegt von

Diplom - Ingenieur Hubert Wilhelm Klein
aus Oberplag, jetzt Asbach/Krs. Neuwied

Referent: Professor Dr.-Ing. S. Bosniakowski
Korreferent: Professor Dr.rer.nat. C. Heinz
Tag der mündlichen Prüfung: 19. Juli 1983

77

WCT

2178+1



1996.2803

PAD: 77WCT2118+1

<20+>05S7ST3S1245160E440

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Assistent am Lehrstuhl für Mechanik in Zusammenarbeit mit dem Lehr- und Forschungsgebiet Festigkeitsfragen des konstruktiven Ingenieurbaus der RWTH Aachen.

Herrn Prof. Dr. rer. nat. Carl Heinz, der mir die grundlegenden Kenntnisse der Kontinuumsmechanik vermittelte, gilt mein besonderer Dank.

Der Leiter des Lehr- und Forschungsgebietes, Herr Prof. Dr.-Ing. Siegfried Bosniakowski, gab den Anstoß zu dieser Arbeit. Durch seinen Rat und die klärenden Gespräche bei auftretenden Schwierigkeiten förderte er die Arbeit. Ihm danke ich an dieser Stelle herzlich.

Herrn Prof. Dr.-Ing. Josef Ballmann und den Mitarbeitern des Lehrstuhls danke ich für die gewährte Unterstützung, die mir eine wertvolle Hilfe war.

Aachen, im Juli 1983

Hubert Klein

	<u>Inhaltsverzeichnis</u>	Seite
1.	Einleitung	11
2.	Grundlagen der Lösung des Anfangs- Randwertproblems von Rotationsschalen	13
2.1	Geometrie	13
2.1.1	Grundlegende geometrische Beziehungen	13
2.1.2	Einschränkende Annahmen	16
2.2	Voraussetzungen bei der Herleitung der Bewegungsgleichungen	17
2.3	Impulsbilanzen	19
2.3.1	Verschiebungsansatz	19
2.3.2	Dehnungs-Verschiebungsbeziehungen	19
2.3.3	Materialgesetze	23
2.3.3.1	Verallgemeinertes HOOKEsches Gesetz	23
2.3.3.2	Verallgemeinertes HOOKEsches Gesetz für die orthogonal anisotrope Schale	24
2.3.3.3	Ansatz für ein nichtlineares Materialgesetz	26
2.3.4	Schnittkraft-Verschiebungsbeziehungen für linear elastisches Material	28
2.3.5	Schnittkraft-Verschiebungsbeziehungen für den Verbundwerkstoff Stahlbeton	34
2.3.5.1	Nichtlineare analytische Lösung	34
2.3.5.2	Momenten-Krümmungsbeziehungen mit großer Normalkraft	41
2.3.5.3	Lineare Spannungsverteilung bei kleiner Krümmung	44
2.3.6	Bewegungsgleichungen	46
2.3.6.1	Grundlagen	46
2.3.6.2	Formulierung der Bewegungsgleichungen	46
2.3.7	Transformation der Grundgleichungen	52
2.3.7.1	Geometrische Grundlagen	52
2.3.7.2	Transformation der Schnittkraft- Verschiebungsbeziehungen	53
2.3.8	Randbedingungen	55
2.3.8.1	Starre Einspannung	55

	Seite
2.3.8.2 Freier Rand	55
2.3.8.3 Gelenkige Lagerung	56
2.3.9 Symmetriebedingungen	56
3. Numerische Lösung des Differentialgleichungssystems	58
3.1 Allgemeines	58
3.2 Charakteristikenverfahren	58
3.3 Verfahren der Dynamischen Relaxation	59
3.3.1 Allgemeines	59
3.3.2 Zeitliche Diskretisierung	60
3.3.2.1 Allgemeines	60
3.3.2.2 Rechnungsführung	60
3.3.3 Räumliche Diskretisierung	66
3.3.3.1 Allgemeines	66
3.3.3.2 Lineare Interpolation und zentrale Differenzenquotienten 1. Ordnung	66
3.3.3.3 Interpolation und Differentiation in 2. Ordnung mit der diskreten Fehlerquadratmethode von GAUSS	70
3.3.3.3.1 Allgemeines	70
3.3.3.3.2 Mathematische Grundlagen	71
3.3.3.3.3 Wahl einer Approximationsfunktion	74
3.3.3.3.4 Bestimmung der Koeffizienten der Approximationsfunktion	76
3.4 Bewegungsgleichungen in Differenzenform	79
3.5 Stabilität und Konvergenz	80
4. Rechenprogramm	84
4.1 Allgemeines	84
4.2 Programmablauf	84
4.3 Programmdaten, Rechenzeiten, Kosten	86
5. Beispiele	89
6. Zusammenfassung	125
Literaturverzeichnis	126
Anhang I	132
Anhang II	134

Verzeichnis der Abbildungen

	Seite
1 Geometrie der Rotationsschale	14
2 Infinitesimales Volumenelement	16
3 Endliches Schalenelement	18
4 σ - ϵ Beziehung Beton	26
5 σ - ϵ Beziehung Stahl	27
6 Schnittgrößen und Dehnungsverteilung am Stahlbetonelement	34
7 Gemessene Spannungsdehnungslinien ver- schiedener Betone	38
8 Momenten-Krümmungsbeziehung mit großer Normalkraft	43
9 Isolinien der Krümmung	43
10 Positive Schnittgrößen der Schalenmittel- fläche	47
11 Symmetriebeispiele	57
12 Zeitlich versetzter Berechnungsraster	60
13 Netz diskreter Punkte	67
14 Differenzenquotienten auf Symmetrielinien	69
15 Interpolationsschema in Feldmitte bei äquidistanten Stützstellen	70
16 Interpolationsschema für Punkte in Randnähe	77
17 Eindimensionale Interpolation in 1. und 2. Ordnung	78
18 Raum - Zeit - Ebene	81
19 Ablaufdiagramm der Berechnung	85
20 Strukturdiagramm der Blockverarbeitung	87

Bezeichnungen

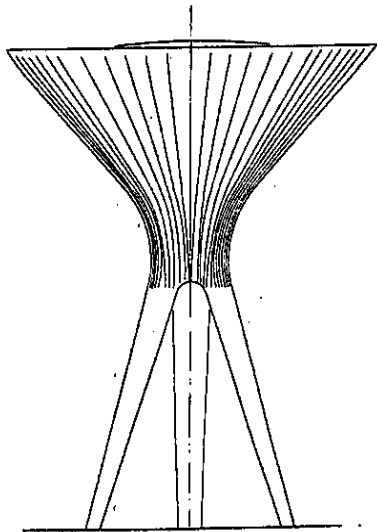
$\vec{r}$	Ortsvektor zu einem beliebigen Punkt der Schalenmittelfläche
φ, θ, z	Schalenkoordinaten
$\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{n}$	orthonormierte Basisvektoren in Richtung der Schalenkoordinaten
r_φ, r_θ	Hauptkrümmungsradien der Schalenmittelfläche
r_0	Breitenkreisradius
t	Zeitkoordinate
$\vec{U}$	Verschiebungsvektor eines beliebigen Schalenpunktes
u, v, w	Komponenten des Verschiebungsvektors der Schalenmittelfläche
$\Phi_\varphi, \Phi_\theta$	Verdrehungen des Schalennormalschnitts der unverformten Lage
$\epsilon_\varphi, \epsilon_\theta$	Dehnungen
$\gamma_{\varphi\theta}, \gamma_{\varphi z}, \gamma_{\theta z}$	Schiebungen
$\kappa_\varphi, \kappa_\theta, \delta_\varphi, \delta_\theta$	Drehungen, Krümmungsänderungen
$\sigma_\varphi, \sigma_\theta, \sigma_z$	Normalspannungen
$\tau_{\varphi\theta}, \tau_{\varphi z}, \tau_{\theta z}$	Schubspannungen
N_φ, N_θ	Normalkräfte

$N_{\varphi\theta}, N_{\theta\varphi}$	Schubkräfte
Q_{φ}, Q_{θ}	Querkräfte (transversale Schubkräfte)
M_{φ}, M_{θ}	Biegemomente
$M_{\varphi\theta}, M_{\theta\varphi}$	Torsionsmomente
ρ	spezifische Dichte
β	geschwindigkeitsproportionaler Dämpfungsfaktor
$q_{\varphi}, q_{\theta}, q_z$	Translationsträgheitsterme
m_{φ}, m_{θ}	Rotationsträgheitsterme
c_L, c_W	longitudinale-, transversale Wellenausbreitungsgeschwindigkeit
D_b, D_e, Z_e	Normalkräfte im Stahlbeton
μ, μ'	Bewehrungsgehalte
ϵ_{bo}	Dehnung in der gedrückten Randfaser
ϵ_e	Dehnung der Stahleinlagen
$\bar{y}, \bar{x}$	Integrationsvariable, -grenze
a_1	Abstand der resultierenden Betondruckkraft vom gedrückten Rand
α	Krümmung
$\operatorname{div} \underline{\tilde{f}}$	Divergenz eines Vektors $\underline{\tilde{f}}$

Δf	Differenzenquotient von f
$\{f\}$	Interpolierter Funktionswert von f
$\ f\ $	Norm von f
$\underline{f}$	Spaltenmatrix f
$\underline{A}$	Matrix A
$\underline{A}^T$	Transponierte zu $\underline{A}$
$\underline{A}^{-1}$	Inverse zu $\underline{A}$
$\underline{a} \wedge \underline{b}$	äußeres Produkt von Vektoren $\underline{a}, \underline{b}$

1. Einleitung

Außergewöhnliche Belastungen von Bauwerken und Anlagen, wie sie etwa bei Explosionen, Erdbeben oder durch Anprall von Fahrzeugen, Schiffen oder Flugzeugen auftreten, erfordern wirklichkeitsnahe Rechenmodelle, um zu sicherer und wirtschaftlicher Dimensionierung zu gelangen.



Schalentragwerke, die im Bauwesen, aber auch im Maschinen- und Anlagenbau und anderen Bereichen der Technik wegen ihrer günstigen Lastabtragungseigenschaften, als Konstruktionselemente zur Anwendung kommen (siehe Abbildung), werden häufig auch als Schutzbauten errichtet, um Anlagen vor äußeren Einwirkungen oder umgekehrt die Umwelt vor Einflüssen solcher Anlagen zu schützen.

Die statische und dynamische Berechnung solcher Schalentragwerke beschäftigt die Ingenieure seit langem. Grundlegende Arbeiten wurden hier für linear-elastische Materialien von FLÜGGE / 13 / und GIRKMANN / 14 / geleistet. Einen umfassenden Überblick über Arbeiten auf dem Gebiet der Schalendynamik gibt NACHTSHEIM / 32 /, wobei sich die meisten Autoren mit der Ermittlung der Eigenwerte und den zugehörigen Eigenvektoren beschäftigen, die die Grundlage der Analyse parametererregter Schwingungen bilden.

Bei den oben aufgeführten Belastungen wird das Bauwerk jedoch einer instationären Schwingung ausgesetzt, die sich mit Reihenentwicklungen oder der Analyse der Eigenformen, meist unter Anwendung von Finite-Element-Verfahren, nur unter großem Aufwand beschreiben läßt.

Schließlich hat das verwendete Materialgesetz entscheidenden Einfluß auf die Berechnungen.

Der Werkstoff Stahlbeton, dem oft gegenüber Stahl oder anderen Materialien, wegen seiner geringen Material- und Herstellungskosten bei der Errichtung solcher Bauwerke der Vorzug gegeben wird, läßt sich mit der linearen Elastizitätstheorie nur sehr ungenau erfassen.

In der vorliegenden Arbeit wird nun ein Verfahren vorgestellt, das es erlaubt, die nichtlinearen Einflüsse der Spannungs - Dehnungsbeziehungen des Werkstoffes Stahlbeton auf das stationäre und instationäre Schwingungsverhalten von Rotationsschalen zu berücksichtigen.

Die Ausgangsgleichungen für die Berechnung bilden die Impuls- und Drehimpulsbilanzen. Über den Dehnungstensor und die Materialgesetze werden die Beziehungen zwischen Spannungen und Verschiebungen hergeleitet. Durch Integration der Gleichungen über die Schalendicke wird für das Anfangs-Randwertproblem eine Reduzierung von 3 auf 2 unabhängige Ortskoordinaten und die Zeit erreicht. Um auch Schalen, die mit den Voraussetzungen der klassischen Theorie nicht mehr erfaßt werden können, zu berücksichtigen, werden die Einflüsse von Rotationsträgheit und Schubverformung in die Rechnung einbezogen.

2. Grundlagen der Lösung des Anfangs- Randwertproblems von Rotationsschalen.

2.1 Geometrie

Die geometrischen Verhältnisse von Rotationsschalen sind dadurch gekennzeichnet, daß die Schalenmittelfläche durch Drehen der Erzeugenden - des Meridians - um die Rotationsachse entsteht. Der Abstand zwischen innerer und äußerer Schalenlaibung, d.h. die Schalendicke, wird durch diese Fläche halbiert.

Bei vorgegebener Randkurve läßt sich jeder Punkt der Schalenmittelfläche durch zwei Parameter, z.B. die Winkel φ und θ bestimmen (Abb. 1). Der Abstand eines beliebigen Punktes von der Mittelfläche wird durch die Ortskoordinate z gekennzeichnet (Abb. 2).

Alle geometrischen und physikalischen Parameter können längs des Meridians variieren, entlang eines Breitenkreises bleiben sie konstant.

2.1.1 Grundlegende geometrische Beziehungen

Zur Beschreibung eines Raumpunktes P wird ein Ortsvektor $\underline{r}$ in der orthonormierten, raumfesten Basis mit den Einheitsvektoren $\underline{e}_1, \underline{e}_2, \underline{e}_3$ und den zugehörigen Koordinaten x_1, x_2, x_3 eingeführt. Der Ursprung des Koordinatensystems liegt auf der Rotationsachse. Im Punkt P wird eine lokale orthonormierte Basis eingeführt, die aus den Einheitsvektoren $\underline{e}_\varphi, \underline{e}_\theta$ und $\underline{e}_n$ besteht. Die Vektoren $\underline{e}_\varphi$ und $\underline{e}_\theta$ sind tangential an die Hauptrichtungen mit den zugehörigen Hauptkrümmungsradien r_φ und r_θ . Der Vektor $\underline{e}_n$ stellt die Flächennormale in P dar:

$$\underline{e}_n = \underline{e}_\varphi \wedge \underline{e}_\theta. \quad (2.1)$$

Zweckmäßigerweise benutzt man bei der geometrischen Beschreibung der Schale den Breitenkreisradius r_0 der gemäß

$$r_0 = r_\varphi \sin \varphi \quad (2.2)$$

definiert ist.

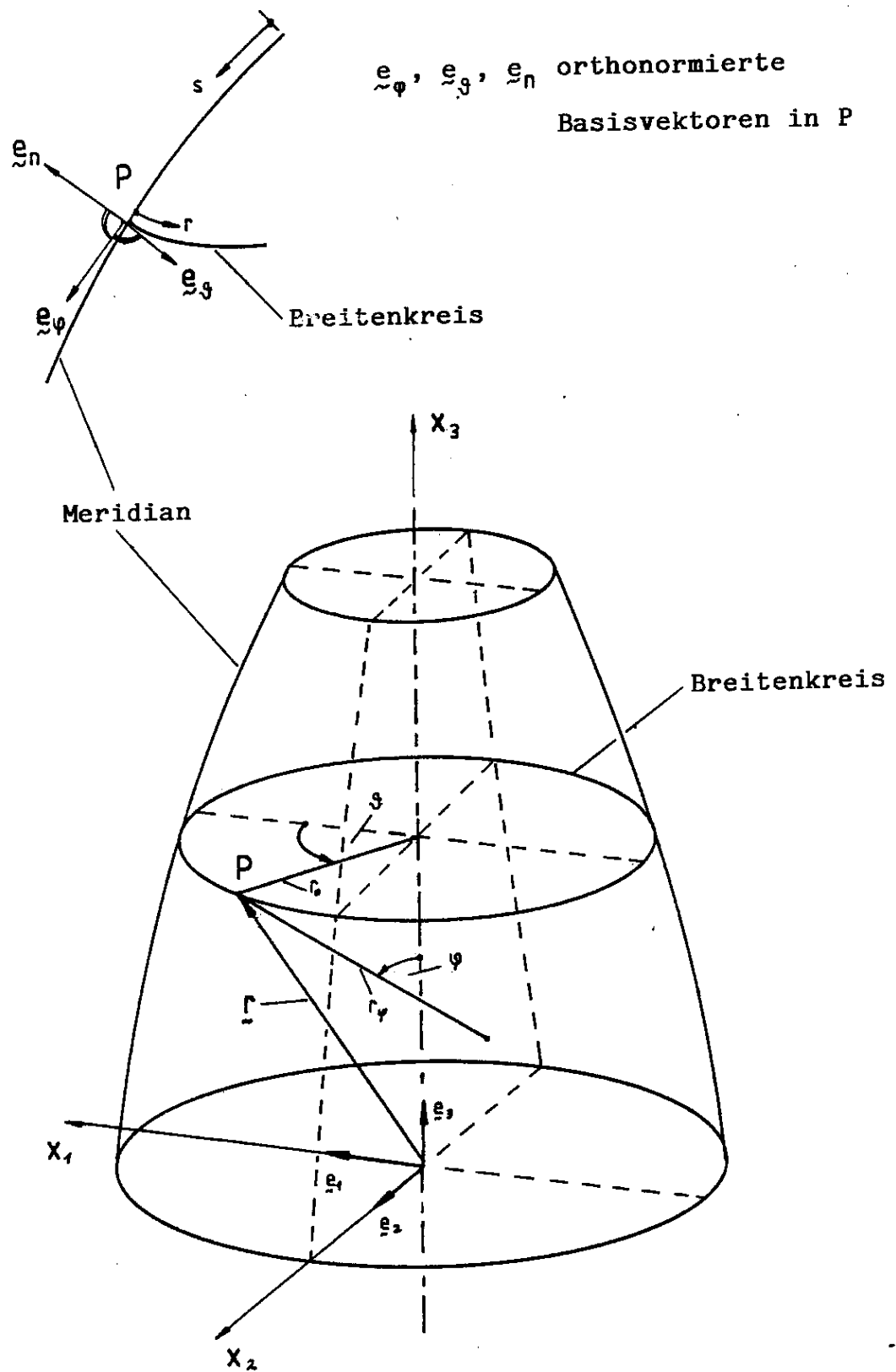


Abb. 1 Geometrie der Rotationsschale

Der Ortsvektor $\underline{r}$ ergibt sich nun zu

$$\underline{r}(r_0, \vartheta) = x_1 \underline{e}_1 + x_2 \underline{e}_2 + x_3 \underline{e}_3 \quad (2.3)$$

mit

$$x_1 = r_0 \cos \vartheta,$$

$$x_2 = r_0 \sin \vartheta,$$

$$x_3 = x_3(r_0).$$

Die Ortsableitungen von $\underline{r}$ ergeben sich auf der Grundlage der Differentialgeometrie von Flächen und der CODAZZI-schen Gleichungen, die Voraussetzung für die Integrierbarkeit der Ableitungsgleichung der Flächentheorie des dreidimensionalen reellen EUKLIDischen Raumes sind /26/.

Es gilt

$$\left| \frac{\partial \underline{r}}{\partial \vartheta} \right| = r_0, \quad (2.4)$$

$$\frac{\partial r_0}{\partial \varphi} = r_\varphi \cos \varphi, \quad (2.5)$$

$$\left| \frac{\partial \underline{r}}{\partial \varphi} \right| = r_\varphi. \quad (2.6)$$

Mit den Bezeichnungen der Abb. 2 und der Beziehung (2.2) ergibt sich

$$d\alpha = \sin \varphi d\vartheta.$$

Somit ergibt sich die Größe des infinitesimalen Flächenelementes zu

$$\begin{aligned} dF &= (r_\varphi + z) d\varphi \cdot (r_\vartheta + z) d\alpha = \\ &= \left(1 + \frac{z}{r_\varphi}\right) r_\varphi d\varphi \left(1 + \frac{z}{r_\vartheta}\right) r_0 d\vartheta. \end{aligned}$$

Das infinitesimale Volumenelement hat die Größe

$$dV = \left(1 + \frac{z}{r_\varphi}\right) \left(1 + \frac{z}{r_\vartheta}\right) r_\varphi d\varphi r_\vartheta d\vartheta dz.$$

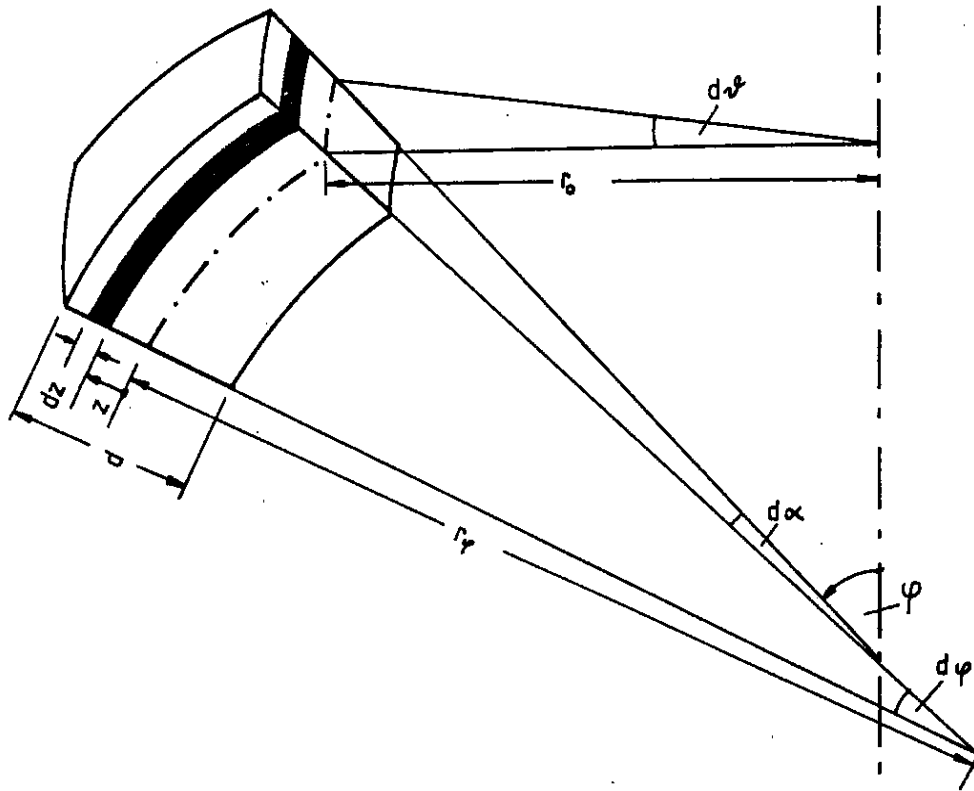


Abb. 2 Infinitesimales Volumenelement

2.1.2 Einschränkende Annahmen

Die vorliegende Arbeit behandelt nur Rotationsschalen, bei denen die Erzeugende zweimal stetig differenzierbar ist, d.h. es dürfen keine Knicke oder Sprünge in den geometrischen Größen wie Schalendicke oder Radien auftreten. Mit geeigneten Übergangsbedingungen lassen sich jedoch auch solche Schalen berechnen.

Bezüglich der Materialgesetze wird lediglich orthogonale Anisotropie zu den Hauptrichtungen vorausgesetzt.

2.2 Voraussetzungen bei der Herleitung der Bewegungsgleichungen

Die Voraussetzungen der klassischen Schalentheorie werden um die Berücksichtigung der transversalen Schubverformungen erweitert. Dies entspricht bei eindimensionalen Problemen der Behandlung als TIMOSHENKO-Balken, statt wie meist üblich den EULER-Balken zugrunde zu legen. Bei zweidimensionalen Problemen wird diese Erweiterung im Unterschied zwischen KIRCHHOFFscher und REISSNERscher Plattentheorie deutlich / 39 /, / 40 /.

Insgesamt werden in dieser Arbeit folgende Voraussetzungen getroffen:

1. Die Schalendicke ist klein gegenüber den übrigen charakteristischen Abmessungen, wie z.B. den Hauptkrümmungsradien. Die Schalen werden als dünnwandig bezeichnet.
2. Die Verschiebungen und ihre Ableitungen sind klein gegenüber den charakteristischen Schalenabmessungen, einschließlich der Dicke. Dies bedeutet, daß zwischen EULERscher und LAGRANGEScher Darstellung nicht zu unterschieden werden braucht. Die Verzerrungstensoren sind gleich, da wegen der Kleinheit der Ableitungen deren Produkte vernachlässigt werden können.
3. Die Normalspannungen senkrecht zur Schalenmittelfläche sind klein im Verhältnis zu den übrigen Normalspannungen. Es werden keine Krafteinleitungsprobleme behandelt. Dehnungen in Richtung der Schalennormalen werden vernachlässigt.
4. Ebene Querschnitte senkrecht zur Schalenmittelfläche bleiben auch nach der Verformung eben. Die Verwölbungen infolge unterschiedlicher Schubspannungsverteilungen über die Dicke werden also vernachlässigt.

Mit der Voraussetzung 4. wird, wie bereits zuvor erwähnt, die in der klassischen Theorie geforderte Bedingung verlassen, daß die Normalen der Mittelfläche auch nach der Verformung Normalen der verformten Mittelfläche bleiben. In der Plattentheorie entspricht die Normalenbedingung der KIRCHHOFFschen Verallgemeinerung der BERNOULLIschen Hypothese der technischen Balkenbiegelehre, die eine Berücksichtigung der transversalen Schubverformung nicht zuläßt. Gerade diese Schubverformung aber ist es, die der klassischen Schalentheorie ihre Grenzen bei einem Verhältnis r/d von ca. 15 bis 20 setzt / 32 /.

Schließlich ist ihr Einfluß bei dynamischen Lastfällen und den daraus resultierenden Spannungswellenausbreitungsvorgängen von Bedeutung, insbesondere dann, wenn die Wellenlängen der Schwingungen in der Größenordnung der Schalendicke liegen / 2 /.

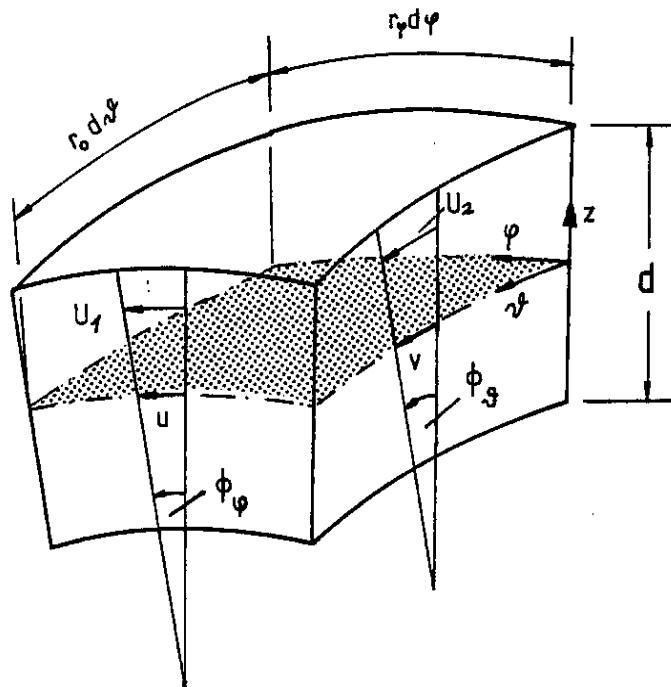


Abb. 3 Endliches Schalenelement

2.3 Impulsbilanzen

2.3.1 Verschiebungsansatz

Der hier gewählte Verschiebungsansatz erlaubt die Darstellung der Verschiebungen jedes Punktes der Schale als Funktion der Verschiebungen der Schalenmittelfläche u , v , w und der Drehungen ϕ_φ , ϕ_ϑ der Normalen um die Tangenten der Hauptrichtungen

Es gilt

$$\underline{u} := u_1 \underline{e}_\varphi + u_2 \underline{e}_\vartheta + u_3 \underline{e}_n \quad (2.7)$$

mit

$$u_1(\varphi, \vartheta, z, t) := u(\varphi, \vartheta, t) + z \phi_\varphi(\varphi, \vartheta, t), \quad (2.8)$$

$$u_2(\varphi, \vartheta, z, t) := v(\varphi, \vartheta, t) + z \phi_\vartheta(\varphi, \vartheta, t), \quad (2.9)$$

$$u_3(\varphi, \vartheta, z, t) := w(\varphi, \vartheta, t). \quad (2.10)$$

Der Ansatz in Gleichung (2.7) gewährleistet die Einhaltung aller in Abschnitt 2.2 getroffenen Voraussetzungen.

2.3.2 Dehnungsverschiebungsbeziehungen (Dehnungstensor)

Auf die Herleitung des Dehnungstensors wird hier verzichtet. Die entsprechenden Beziehungen für die Punkte auf der Schalenmittelfläche werden nachstehend zusammengestellt. Es gilt, in Anlehnung an die Bezeichnungen in / 32 / für

die Dehnungen:

$$\varepsilon_{\varphi}^o = \frac{1}{r_{\varphi}} \left(\frac{\partial u}{\partial \varphi} + w \right) , \quad (2.11)$$

$$\varepsilon_{\vartheta}^o = \frac{1}{r_o} \frac{\partial v}{\partial \vartheta} + \frac{1}{r_{\vartheta}} (u \cot \varphi + w) ; \quad (2.12)$$

die Gleitungen:

$$\gamma_{\varphi}^o = \frac{1}{r_{\varphi}} \frac{\partial v}{\partial \varphi} , \quad (2.13)$$

$$\gamma_{\vartheta}^o = \frac{1}{r_o} \left(\frac{\partial u}{\partial \vartheta} - v \cos \varphi \right) , \quad (2.14)$$

$$\gamma_{\varphi z}^o = \frac{1}{r_{\varphi}} \frac{\partial w}{\partial \varphi} - \frac{u}{r_{\varphi}} + \phi_{\varphi} , \quad (2.15)$$

$$\gamma_{\vartheta z}^o = \frac{1}{r_o} \frac{\partial w}{\partial \vartheta} - \frac{v}{r_{\vartheta}} + \phi_{\vartheta} ; \quad (2.16)$$

die Drehungen und Krümmungsänderungen:

$$\alpha_{\varphi} = \frac{1}{r_{\varphi}} \frac{\partial \phi_{\varphi}}{\partial \varphi} , \quad (2.17)$$

$$\alpha_{\vartheta} = \frac{1}{r_o} \left(\frac{\partial \phi_{\vartheta}}{\partial \vartheta} + \phi_{\varphi} \cos \varphi \right) , \quad (2.18)$$

$$\delta_{\varphi} = \frac{1}{r_{\varphi}} \frac{\partial \phi_{\vartheta}}{\partial \varphi} , \quad (2.19)$$

$$\delta_{\vartheta} = \frac{1}{r_o} \left(\frac{\partial \phi_{\varphi}}{\partial \vartheta} + \phi_{\vartheta} \cos \varphi \right) . \quad (2.20)$$

Der Freiheitsgrad Φ_z der Rotation um die Normale taucht in diesen Beziehungen nicht auf. Eine Berücksichtigung von Φ_z als unabhängiger Verdrehung führt auf einen unsymmetrischen Spannungstensor, der die Berücksichtigung von Volumenmomenten um die z-Achse erlaubt und in der Theorie der COSSERAT-Kontinua behandelt wird / 17/, / 27/.

Mit den geometrischen Größen

$$F_\varphi := \frac{1}{1 + \frac{z}{r_\varphi}} \quad (2.21)$$

und

$$F_\vartheta := \frac{1}{1 + \frac{z}{r_\vartheta}} \quad (2.22)$$

gelten für einen Punkt im Abstand z in Normalenrichtung von der Schalenmittelfläche die folgenden Beziehungen zwischen den Größen der Mittelfläche, den Hauptkrümmungsradien r_φ , r_ϑ und der Ortskoordinate z :

$$\varepsilon_\varphi = F_\varphi (\varepsilon_\varphi^\circ + z \kappa_\varphi), \quad (2.23)$$

$$\varepsilon_\vartheta = F_\vartheta (\varepsilon_\vartheta^\circ + z \kappa_\vartheta), \quad (2.24)$$

$$\gamma_{\varphi\vartheta} = F_\varphi (\gamma_\varphi^\circ + z \delta_\varphi) + F_\vartheta (\gamma_\vartheta^\circ + z \delta_\vartheta), \quad (2.25)$$

$$\gamma_{\varphi z} = F_\varphi \gamma_{\varphi z}^\circ, \quad (2.26)$$

$$\gamma_{\vartheta z} = F_\vartheta \gamma_{\vartheta z}^\circ. \quad (2.27)$$

Die Komponenten des Dehnungstensors ergeben sich durch Einsetzen der Beziehungen (2.11) bis (2.20) in (2.23) bis (2.27) gemäß

$$\varepsilon_{\varphi} = F_{\varphi} \frac{1}{r_{\varphi}} \left(\frac{\partial u}{\partial \varphi} + w + z \frac{\partial \phi_{\varphi}}{\partial \varphi} \right), \quad (2.28)$$

$$\varepsilon_{\vartheta} = F_{\vartheta} \frac{1}{r_0} \left[\frac{\partial v}{\partial \vartheta} + u \cos \varphi + w \sin \varphi + z \left(\frac{\partial \phi_{\vartheta}}{\partial \vartheta} + \phi_{\varphi} \cos \varphi \right) \right], \quad (2.29)$$

$$\begin{aligned} \gamma_{\varphi\vartheta} = \gamma_{\vartheta\varphi} = F_{\varphi} \frac{1}{r_{\varphi}} \left(\frac{\partial v}{\partial \varphi} + z \frac{\partial \phi_{\vartheta}}{\partial \varphi} \right) + \\ + F_{\vartheta} \frac{1}{r_0} \left[\frac{\partial u}{\partial \vartheta} - v \cos \varphi + z \left(\frac{\partial \phi_{\varphi}}{\partial \vartheta} - \phi_{\vartheta} \cos \varphi \right) \right], \end{aligned} \quad (2.30)$$

$$\gamma_{\varphi z} = F_{\varphi} \left(\frac{1}{r_{\varphi}} \frac{\partial w}{\partial \varphi} - \frac{u}{r_{\varphi}} + \phi_{\varphi} \right), \quad (2.31)$$

$$\gamma_{\vartheta z} = F_{\vartheta} \left(\frac{1}{r_0} \frac{\partial w}{\partial \vartheta} - \frac{v}{r_{\vartheta}} + \phi_{\vartheta} \right). \quad (2.32)$$

2.3.3 Materialgesetze (Spannungstensor)

2.3.3.1 Verallgemeinertes HOOKEsches Gesetz

Die Materialgesetze stellen eine Beziehung zwischen den Komponenten des Spannungs- und Dehnungstensors oder umgekehrt her.

Das verallgemeinerte HOOKEsche Gesetz lautet für einen homogenen Körper

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl} \epsilon_{kl} \quad i, j, k, l = 1, 2, 3 \quad (2.33)$$

Die C_{ijkl} sind die elastischen Konstanten des Elastizitätstensors. Von den 81 Komponenten dieses Tensors 4. Stufe sind für den anisotropen Körper jedoch nur 36 voneinander unabhängig, da sowohl der Spannungs- als auch der Dehnungstensor symmetrisch ist. Beim Vorhandensein eines elastischen Potentials reduziert sich die Anzahl der elastischen Konstanten auf 21. Beim Vorhandensein einer Symmetrieebene im Kontinuum verringert sich die Anzahl auf 15, bei zwei Symmetrieebenen, der orthogonalen Anisotropie auf 9 Unabhängige. Für den homogenen und isotropen Körper schließlich verbleiben noch zwei Konstanten, die LAMESchen Konstanten λ und μ . Diese sind mit dem Elastizitätsmodul E und der Querkontraktionszahl ν über folgende Beziehungen verknüpft:

$$\nu = \frac{\lambda}{2(\lambda + \mu)} \quad (2.34)$$

$$E = \frac{\mu(3\lambda + 2\mu)}{\lambda + \mu} \quad (2.35)$$

In der Festigkeitslehre wird die Konstante μ meist mit dem Buchstaben G bezeichnet und entspricht dem Schubmodul.

2.3.3.2. Verallgemeinertes HOOKEsches Gesetz für die orthogonal anisotrope Schale

Unter Voraussetzung einer orthogonalen Anisotropie im Materialverhalten in der Schalenebene und mit der Voraussetzung 3 aus Abschnitt 2.2 bleiben von den 9 Größen im Falle der Orthotropie 6 unabhängige Elastizitätskonstanten.

Es sind dies

- E_1 - E-Modul in Meridianrichtung,
- E_2 - E-Modul in Breitenkreisrichtung,
- G_{12} - Schubmodul in der Schalenebene,
- G_{13} - Schubmodul in Normalenrichtung für Meridiangrößen,
- G_{23} - Schubmodul in Normalenrichtung für Breitenkreisgrößen
- ν_1 - Querkontraktionszahl für die Meridianrichtung, bei Dehnungen in Breitenkreisrichtung.

Die Querkontraktionszahl ν_2 für die Breitenkreisrichtung ergibt sich aus folgender Beziehung:

$$E_1 \nu_2 = E_2 \nu_1. \quad (2.36)$$

Für den Schubmodul in der Schalenebene wird nach / 14 /

$$G_{12} := \frac{\sqrt{E_1 E_2}}{2(1 + \sqrt{\nu_1 \nu_2})} \quad (2.37)$$

angesetzt.

Die beiden anderen Schubmodule stehen mit den übrigen Konstanten in folgendem Zusammenhang:

$$G_{13} = \frac{E_1}{2(1+\nu_1)} , \quad (2.38)$$

$$G_{23} = \frac{E_2}{2(1+\nu_2)} . \quad (2.39)$$

Die Relationen zwischen Spannungen und Dehnungen ergeben sich hiermit zu

$$\sigma_\varphi = \frac{E_1}{1-\nu_1\nu_2} \left(\varepsilon_\varphi + \nu_1 \frac{E_2}{E_1} \varepsilon_\vartheta \right) , \quad (2.40)$$

$$\sigma_\vartheta = \frac{E_2}{1-\nu_1\nu_2} \left(\nu_1 \varepsilon_\varphi + \varepsilon_\vartheta \right) , \quad (2.41)$$

$$\tau_{\varphi\vartheta} = G_{12} \gamma_{\varphi\vartheta} , \quad (2.42)$$

$$\tau_{\varphi z} = G_{13} \gamma_{\varphi z} , \quad (2.43)$$

$$\tau_{\vartheta z} = G_{23} \gamma_{\vartheta z} . \quad (2.44)$$

2.3.3.3 Ansatz für ein nichtlineares Materialgesetz

Das Verhalten vieler Materialien unter Belastung läßt sich mit dem in Kapitel 2.3.3.1 beschriebenen Zusammenhang zwischen Spannungen und Dehnungen nicht beschreiben. Viele Baustoffe und insbesondere der im Schalenbau häufig verwendete Werkstoff Beton weisen schon bei kleinen Dehnungen einen nichtlinearen Zusammenhang zwischen diesen Dehnungen und den Spannungen auf. Die spätere Herleitung der Schnittkraft-Verschiebungsbeziehungen für den Verbundwerkstoff Stahlbeton im Rahmen einer physikalisch nichtlinearen Theorie geht von den nachstehenden Relationen aus / 30 /.

Für den Beton ($\varepsilon_b \leq 0$) wird angesetzt

$$\sigma_b := \frac{E_{bo} \varepsilon_b}{1 + \left(E_{bo} \frac{\varepsilon_{bp}}{\sigma_{bp}} - 2 \right) \left(\frac{\varepsilon_b}{\varepsilon_{bp}} \right) + \left(\frac{\varepsilon_b}{\varepsilon_{bp}} \right)^2} \quad (2.45)$$

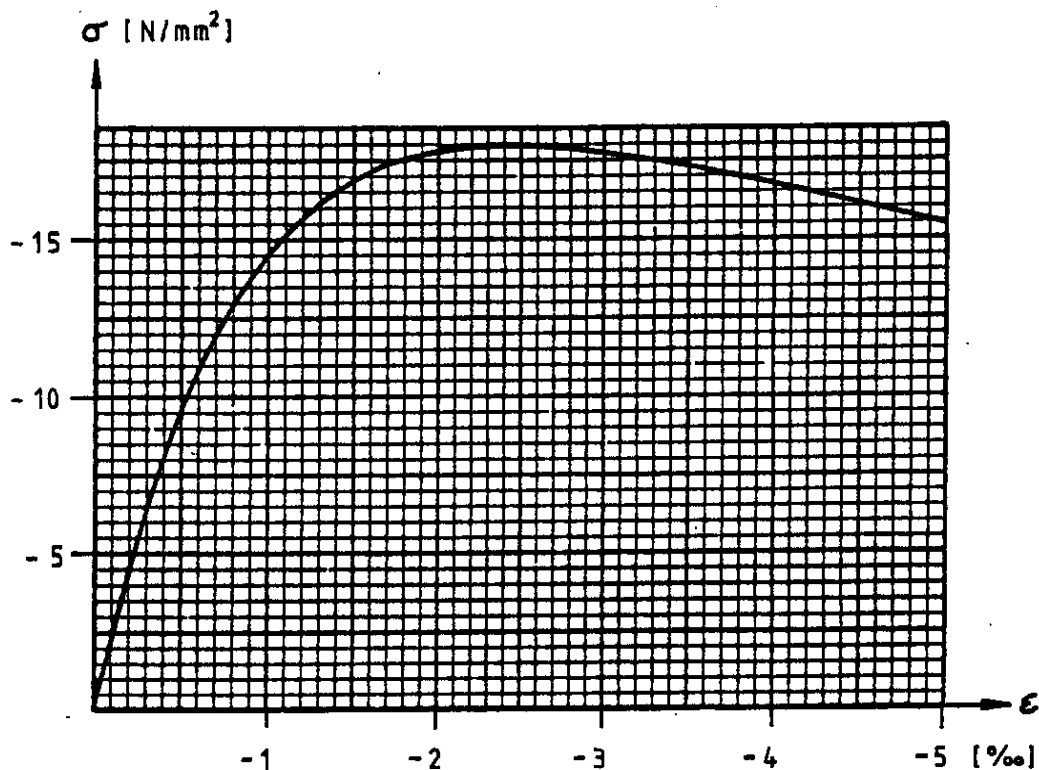


Abb. 4 $\sigma - \varepsilon$ Beziehung Beton

Die Abb. 4 zeigt die numerische Auswertung von Gl. (2.45) für einen Beton B15; dabei ist

$$\begin{aligned}\sigma_{bp} &= - 18 && \text{N/mm}^2, \text{Maximalspannung,} \\ \epsilon_{bp} &= - 2,4 && \text{‰, zugehörige Dehnung,} \\ E_{bo} &= 2,6 \cdot 10^4 && \text{N/mm}^2, \text{Anfangstangentenmodul.}\end{aligned}$$

Der gleiche hyperbolische Zusammenhang von Spannungen und Dehnungen wird auch für den Baustahl gewählt:

$$\sigma_e := \frac{E_{eo} \epsilon_e}{1 + \left(E_{eo} \frac{\epsilon_{ep}}{\sigma_{ep}} - 2\right) \left(\frac{\epsilon_e}{\epsilon_{ep}}\right) + \left(\frac{\epsilon_e}{\epsilon_{ep}}\right)^2} \quad (2.46)$$

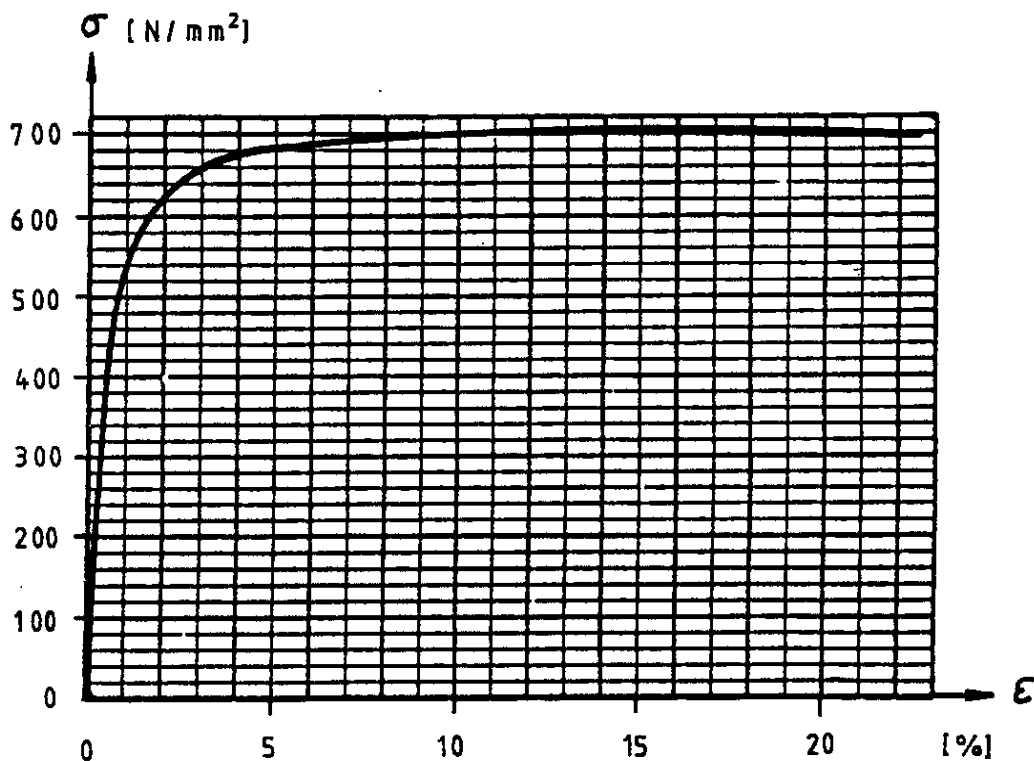


Abb. 5 $\sigma - \epsilon$ Beziehung Stahl

Die Abb. 5 zeigt die Auswertung von (2.46) für einen Baustahl 420/500 RK mit $\epsilon_{ep} = 13 \text{ ‰}$, $\sigma_{ep} = 700 \text{ N/mm}^2$ und einem Anfangstangentenmodul $E_{eo} = 2,1 \cdot 10^5 \text{ N/mm}^2$. Im Druckbereich wird für den Stahl gleiches Materialverhalten wie für den Zugbereich angenommen.

2.3.4 Schnittkraft-Verschiebungsbeziehungen für linear-elastisches Material

Die Resultierenden der einzelnen Spannungskomponenten werden als Schnittkräfte bezeichnet. Man erhält sie durch Integration der Spannungen über die Schalendicke. Die Resultierenden der einzelnen Spannungen multipliziert mit ihrem Abstand von der Schalenmittelfläche ergeben die Schnittmomente. Beide Größen werden in der Mittelfläche angesetzt und sind auf die Längeneinheit bezogen.

Es ist

$$N_{\varphi} := \int_{-d/2}^{d/2} \sigma_{\varphi} \left(1 + \frac{z}{r_{\varphi}}\right) dz , \quad (2.47)$$

$$N_{\vartheta} := \int_{-d/2}^{d/2} \sigma_{\vartheta} \left(1 + \frac{z}{r_{\varphi}}\right) dz , \quad (2.48)$$

$$N_{\varphi\vartheta} := \int_{-d/2}^{d/2} \tau_{\varphi\vartheta} \left(1 + \frac{z}{r_{\varphi}}\right) dz , \quad (2.49)$$

$$N_{\vartheta\varphi} := \int_{-d/2}^{d/2} \tau_{\vartheta\varphi} \left(1 + \frac{z}{r_{\varphi}}\right) dz , \quad (2.50)$$

$$Q_{\varphi} := x \int_{-d/2}^{d/2} \tau_{\varphi z} \left(1 + \frac{z}{r_{\varphi}}\right) dz , \quad (2.51)$$

$$Q_{\vartheta} := x \int_{-d/2}^{d/2} \tau_{\vartheta z} \left(1 + \frac{z}{r_{\varphi}}\right) dz , \quad (2.52)$$

$$M_{\varphi} := \int_{-d/2}^{d/2} z \, \sigma_{\varphi} \left(1 + \frac{z}{r_{\varphi}}\right) dz , \quad (2.53)$$

$$M_{\vartheta} := \int_{-d/2}^{d/2} z \, \sigma_{\vartheta} \left(1 + \frac{z}{r_{\varphi}}\right) dz , \quad (2.54)$$

$$M_{\varphi\vartheta} := \int_{-d/2}^{d/2} z \, \tau_{\varphi\vartheta} \left(1 + \frac{z}{r_{\varphi}}\right) dz , \quad (2.55)$$

$$M_{\vartheta\varphi} := \int_{-d/2}^{d/2} z \, \tau_{\vartheta\varphi} \left(1 + \frac{z}{r_{\varphi}}\right) dz . \quad (2.56)$$

Der Faktor κ berücksichtigt die ungleichmäßige Schubspannungsverteilung über die Dicke und wird bei parabolischer Verteilung mit $\kappa = 2/3$ angesetzt / 2 /. Die positiven Vorzeichen der Schnittgrößen gehen aus Abb. 10 hervor.

Nach Einsetzen der Spannungsbeziehungen (2.40) bis (2.44) in die Definitionsgleichungen (2.47) bis (2.56) der Schnittkräfte und anschließender Integration ergeben sich die Schnittkräfte als Funktion des Dehnungstensors. Im Hinblick auf die noch zu formulierenden Bewegungsgleichungen, in denen die Beziehungen zwischen Schnittgrößen und ihren Ortsableitungen einerseits und den Zeitableitungen der Verschiebungen andererseits auftreten, ist es erforderlich auch die Schnittgrößen als Funktion der Verschiebungen und ihrer Ortsableitungen darzustellen. Dazu werden zunächst die Spannungsbeziehungen (2.40) bis (2.44) als Funktion der Verschiebungen und ihrer Ortsableitungen durch Einsetzen der Gleichungen (2.28) bis (2.32) in diese Spannungs-Dehnungsbeziehungen berechnet.

Aus (2.40) folgt mit (2.28) und (2.29)

$$\begin{aligned} \sigma_{\varphi} = & \frac{E_1}{1-\nu_1\nu_2} \left[\frac{F_{\varphi}}{r_{\varphi}} \left(\frac{\partial u}{\partial \varphi} + w + z \frac{\partial \phi_{\varphi}}{\partial \varphi} \right) + \right. \\ & + \nu_1 \frac{E_2}{E_1} \frac{F_{\vartheta}}{r_0} \left(\frac{\partial v}{\partial \vartheta} + u \cos \varphi + w \sin \varphi + \right. \\ & \left. \left. + z \left(\frac{\partial \phi_{\vartheta}}{\partial \vartheta} + \phi_{\varphi} \cos \varphi \right) \right) \right]. \end{aligned} \quad (2.57)$$

Analog erhält man aus (2.41) mit (2.28) und (2.29)

$$\begin{aligned} \sigma_{\vartheta} = & \frac{E_2}{1-\nu_1\nu_2} \left[\nu_1 \frac{F_{\varphi}}{r_{\varphi}} \left(\frac{\partial u}{\partial \varphi} + w + z \frac{\partial \phi_{\varphi}}{\partial \varphi} \right) + \right. \\ & + \frac{F_{\vartheta}}{r_0} \left(\frac{\partial v}{\partial \vartheta} + u \cos \varphi + w \sin \varphi + \right. \\ & \left. \left. + z \left(\frac{\partial \phi_{\vartheta}}{\partial \vartheta} + \phi_{\varphi} \cos \varphi \right) \right) \right]. \end{aligned} \quad (2.58)$$

Aus (2.42) wird mit (2.30)

$$\begin{aligned} \tau_{\varphi\vartheta} = \tau_{\vartheta\varphi} = & G_{12} \left[\frac{F_{\varphi}}{r_{\varphi}} \left(\frac{\partial v}{\partial \varphi} + z \frac{\partial \phi_{\vartheta}}{\partial \varphi} \right) \right. \\ & + \frac{F_{\vartheta}}{r_0} \left(\frac{\partial u}{\partial \vartheta} - v \cos \varphi + \right. \\ & \left. \left. + z \left(\frac{\partial \phi_{\varphi}}{\partial \vartheta} - \phi_{\vartheta} \cos \varphi \right) \right) \right], \end{aligned} \quad (2.59)$$

aus (2.43) mit (2.31)

$$\tau_{\varphi z} = G_{13} F_{\varphi} \left(\frac{1}{r_{\varphi}} \frac{\partial w}{\partial \varphi} - \frac{u}{r_{\varphi}} + \phi_{\varphi} \right), \quad (2.60)$$

und schließlich aus (2.44) mit (2.32)

$$\tau_{\vartheta z} = G_{23} F_{\vartheta} \left(\frac{1}{r_0} \frac{\partial w}{\partial \vartheta} - \frac{v}{r_0} + \phi_{\vartheta} \right). \quad (2.61)$$

Unter Berücksichtigung der Beziehungen (2.21) und (2.22) enthalten die Integranden der Gleichungen (2.47) bis (2.56) nach Einsetzen der Spannungs-Verschiebungsbeziehungen aus den vorstehenden Gleichungen die Terme

$$\frac{1}{1 + \frac{z}{r_\varphi}} \left(1 + \frac{z}{r_\vartheta} \right) \quad \text{bzw.} \quad \frac{1}{1 + \frac{z}{r_\vartheta}} \left(1 + \frac{z}{r_\varphi} \right).$$

Im Rahmen dieser Arbeit sollen lediglich dünne Schalen untersucht werden, so daß gemäß Voraussetzung 1 in Abschnitt 2.2

$$\frac{z}{r_i} < 1$$

ist.

Für kleine Quotienten z/r_i lassen sich die obigen Terme in Taylorreihen entwickeln. So gilt

$$\frac{1}{1 + \frac{z}{r_i}} = \sum_{n=0}^{\infty} \left(-\frac{z}{r_i} \right)^n = 1 - \frac{z}{r_i} + \frac{z^2}{r_i^2} - \frac{z^3}{r_i^3} + O\left(\frac{z^4}{r_i^4}\right). \quad (2.62)$$

($i = \varphi, \vartheta$)

Damit ergibt sich

$$\frac{1}{1 + \frac{z}{r_\varphi}} \left(1 + \frac{z}{r_\vartheta} \right) = 1 - z\Theta + \frac{z^2}{r_\varphi} \Theta - \frac{z^3}{r_\varphi^2} \Theta + O\left(\frac{z^4}{r_\varphi^4}\right) \quad (2.63)$$

bzw.

$$\frac{1}{1 + \frac{z}{r_\vartheta}} \left(1 + \frac{z}{r_\varphi} \right) = 1 + z\Theta - \frac{z^2}{r_\vartheta} \Theta + \frac{z^3}{r_\vartheta^2} \Theta + O\left(\frac{z^4}{r_\vartheta^4}\right) \quad (2.64)$$

mit

$$\Theta := \frac{1}{r_\varphi} - \frac{1}{r_\vartheta}. \quad (2.65)$$

Unter Vernachlässigung der Glieder der Ordnung $O(z^4/r^4)$ erhält man schließlich aus (2.47) bis (2.56) die Schnittgrößen als Funktion der Verschiebungen und ihrer Ortsableitungen:

$$N_\varphi = D_1 \left[\frac{1}{r_\varphi} \left(\frac{\partial u}{\partial \varphi} + w \right) + \frac{\nu_2}{r_0} \left(\frac{\partial v}{\partial \vartheta} + u \cos \varphi + w \sin \varphi \right) \right] + \quad (2.66)$$

$$+ K_1 \Theta \left[\frac{1}{r_\varphi^2} \left(\frac{\partial u}{\partial \varphi} + w \right) - \frac{1}{r_\varphi} \frac{\partial \phi_\varphi}{\partial \varphi} \right],$$

$$N_\vartheta = D_2 \left[\frac{\nu_1}{r_\varphi} \left(\frac{\partial u}{\partial \varphi} + w \right) + \frac{1}{r_0} \left(\frac{\partial v}{\partial \vartheta} + u \cos \varphi + w \sin \varphi \right) \right] + \quad (2.67)$$

$$+ K_2 \Theta \left[\frac{1}{r_0} \left(\frac{\partial \phi_\varphi}{\partial \vartheta} + \phi_\varphi \cos \varphi \right) - \frac{1}{r_0 r_\vartheta} \left(\frac{\partial v}{\partial \vartheta} + u \cos \varphi + w \sin \varphi \right) \right],$$

$$N_{\varphi\vartheta} = G_{12} \left[d \left(\frac{1}{r_\varphi} \frac{\partial v}{\partial \varphi} + \frac{1}{r_0} \frac{\partial u}{\partial \vartheta} - \frac{1}{r_0} v \cos \varphi \right) + \quad (2.68)$$

$$+ I \Theta \left(\frac{1}{r_\varphi^2} \frac{\partial v}{\partial \varphi} - \frac{1}{r_\varphi} \frac{\partial \phi_\vartheta}{\partial \varphi} \right) \right],$$

$$N_{\vartheta\varphi} = G_{12} \left[d \left(\frac{1}{r_\varphi} \frac{\partial v}{\partial \varphi} + \frac{1}{r_0} \frac{\partial u}{\partial \vartheta} - \frac{1}{r_0} v \cos \varphi \right) + \quad (2.69)$$

$$+ I \Theta \left(\frac{1}{r_0} \left(\frac{\partial \phi_\varphi}{\partial \vartheta} - \phi_\vartheta \cos \varphi \right) - \frac{1}{r_0 r_\vartheta} \left(\frac{\partial u}{\partial \vartheta} - v \cos \varphi \right) \right) \right],$$

$$Q_\varphi = G_{13} \varkappa \left(d + \frac{I}{r_\varphi} \Theta \right) \left(\frac{1}{r_\varphi} \frac{\partial w}{\partial \varphi} - \frac{u}{r_\varphi} + \phi_\varphi \right), \quad (2.70)$$

$$Q_\vartheta = G_{23} \varkappa \left(d + \frac{I}{r_\vartheta} \Theta \right) \left(\frac{1}{r_0} \frac{\partial w}{\partial \vartheta} - \frac{v}{r_\vartheta} + \phi_\vartheta \right), \quad (2.71)$$

$$M_{\varphi} = K_1 \left[\frac{1}{r_{\varphi}} \frac{\partial \phi_{\varphi}}{\partial \varphi} + \frac{\nu_2}{r_0} \left(\frac{\partial \phi_{\vartheta}}{\partial \vartheta} + \phi_{\varphi} \cos \varphi \right) - \frac{\Theta}{r_{\varphi}} \left(\frac{\partial u}{\partial \varphi} + w \right) \right], \quad (2.72)$$

$$M_{\vartheta} = K_2 \left[\frac{1}{r_0} \left(\frac{\partial \phi_{\vartheta}}{\partial \vartheta} + \phi_{\varphi} \cos \varphi \right) + \frac{\nu_1}{r_{\varphi}} \frac{\partial \phi_{\varphi}}{\partial \varphi} + \right. \\ \left. + \frac{\Theta}{r_0} \left(\frac{\partial v}{\partial \varphi} + u \cos \varphi + w \sin \varphi \right) \right], \quad (2.73)$$

$$M_{\varphi\vartheta} = G_{12} I \left[\frac{1}{r_{\varphi}} \frac{\partial \phi_{\vartheta}}{\partial \varphi} + \frac{1}{r_0} \left(\frac{\partial \phi_{\varphi}}{\partial \vartheta} - \phi_{\vartheta} \cos \varphi \right) - \frac{\Theta}{r_{\varphi}} \frac{\partial v}{\partial \varphi} \right], \quad (2.74)$$

$$M_{\vartheta\varphi} = G_{12} I \left[\frac{1}{r_{\varphi}} \frac{\partial \phi_{\vartheta}}{\partial \varphi} + \frac{1}{r_0} \left(\frac{\partial \phi_{\varphi}}{\partial \vartheta} - \phi_{\vartheta} \cos \varphi \right) + \right. \\ \left. + \frac{\Theta}{r_0} \left(\frac{\partial u}{\partial \vartheta} - v \cos \varphi \right) \right], \quad (2.75)$$

$$D_1 := \frac{E_1 d}{(1 - \nu_1 \nu_2)}, \quad D_2 := \frac{E_2 d}{(1 - \nu_1 \nu_2)},$$

$$K_1 := \frac{E_1 d^3}{12(1 - \nu_1 \nu_2)}, \quad K_2 := \frac{E_2 d^3}{12(1 - \nu_1 \nu_2)},$$

$$I := \frac{d^3}{12}, \quad \Theta := \frac{1}{r_{\varphi}} - \frac{1}{r_{\vartheta}}.$$

Unter Vernachlässigung der durch die Schalenkrümmung bedingten veränderlichen Breite des Einheitsquerschnitts, d.h. bei Weglassen der mit z/r_1 behafteten Glieder gegenüber 1 und mit den Bezeichnungen der Abb. 6 ergeben sich die Einzelkräfte als Funktion der Spannungen zu

$$D_b := \int_0^{\bar{x}} \sigma_b(\varepsilon(\bar{y})) d\bar{y} , \quad (2.76)$$

$$D_e := \mu' h \sigma_e'(\varepsilon) , \quad (2.77)$$

$$z_e := \mu h \sigma_e(\varepsilon) ; \quad (2.78)$$

der Abstand a_1 der Betondruckkraft D_b vom gedrückten Rand folgt aus

$$a_1 := \frac{1}{D_b} \int_0^{\bar{x}} \bar{y} \sigma_b(\varepsilon(\bar{y})) d\bar{y} . \quad (2.79)$$

Bei linearer Dehnungsverteilung über den Querschnitt ist

$$\varepsilon(\bar{y}) = \varepsilon_{bo} + \frac{\varepsilon_e - \varepsilon_{bo}}{h} \bar{y} , \quad (2.80)$$

wobei

$$\bar{y} = z + \frac{d}{2}$$

und

$$\bar{x} = \frac{\varepsilon_{bo}}{\varepsilon_{bo} - \varepsilon_e} h$$

ist.

Setzt man in (2.76) den durch (2.45) gegebenen Spannungsverlauf ein und beachtet, daß die in letzterer Beziehung enthaltene Dehnung ε_b mit $\varepsilon(y)$ laut (2.80) identisch ist, so folgt

$$D_b = \int_0^{\bar{x}} \frac{E_{bo} \left(\varepsilon_{bo} + \frac{\varepsilon_e - \varepsilon_{bo}}{h} \bar{y} \right)}{1 + \left(E_{bo} \frac{\varepsilon_{bp}}{\sigma_{bp}} - 2 \right) \left(\frac{\varepsilon_{bo} + \frac{\varepsilon_e - \varepsilon_{bo}}{h} \bar{y}}{\varepsilon_{bp}} \right) + \left(\frac{\varepsilon_{bo} + \frac{\varepsilon_e - \varepsilon_{bo}}{h} \bar{y}}{\varepsilon_{bp}} \right)^2} d\bar{y} \quad (2.81)$$

Unter Benutzung der in Anhang I zusammengestellten Abkürzungen läßt sich (2.81) umformen in

$$D_b = \delta \int_0^{\bar{x}} \frac{1}{\beta \bar{y}^2 + \gamma \bar{y} + \eta} d\bar{y} + \vartheta \int_0^{\bar{x}} \frac{\bar{y}}{\beta \bar{y}^2 + \gamma \bar{y} + \eta} d\bar{y} \quad (2.82)$$

In Abhängigkeit von

$$\Delta := \left(\frac{\varepsilon_e - \varepsilon_{bo}}{h} \right)^2 \left(\frac{4E_{bo}}{\sigma_{bp} \varepsilon_{bp}} - \left(\frac{E_{bo}}{\sigma_{bp}} \right)^2 \right) = 4\beta\eta - \gamma^2 \quad (2.83)$$

ergeben sich nach Ausführung der Integration folgende Ausdrücke für die Betondruckkraft:

Für $\Delta < 0$:

$$D_b = \vartheta_1 (\ln \Lambda_1 - \ln \lambda_1) - \vartheta_2 \ln \eta, \quad (2.84)$$

für $\Delta > 0$:

$$D_b = \vartheta_6 (\arctan \Lambda_2 - \arctan \lambda_2) - \vartheta_2 \ln \eta. \quad (2.85)$$

Die Abkürzungen Λ_i , λ_i , ϑ_i sind ebenfalls dem Anhang I zu entnehmen.

Den Abstand a_1 der Resultierenden D_b vom gedrückten Rand erhält man aus (2.79). Auch hierfür läßt sich das Integral geschlossen lösen.

Es ergibt sich

für $\Delta < 0$:

$$a_1 = \frac{1}{D_b} \left[2 \vartheta_2 \bar{x} + (\vartheta_4 \xi - \vartheta_3) \ln \eta + \right. \quad (2.86) \\ \left. + \left(\vartheta_5 - \frac{\vartheta_3 \delta}{\sqrt{-\Delta}} \right) (\ln \mathcal{L}_1 - \ln \lambda_1) \right],$$

für $\Delta > 0$:

$$a_1 = \frac{1}{D_b} \left[2 \vartheta_2 \bar{x} + (\vartheta_4 \xi - \vartheta_3) \ln \eta + \right. \quad (2.87) \\ \left. + 2 \left(\vartheta_5 - \vartheta_3 \frac{\delta}{\sqrt{\Delta}} \right) (\arctan \mathcal{L}_2 - \arctan \lambda_2) \right].$$

Das Vorzeichen von Δ ist materialabhängig.

Die Lösung weist für $\Delta = 0$ eine Singularität auf. Sie kann nach (2.83) in zwei Fällen auftreten.

Fall 1: $\frac{\epsilon_e - \epsilon_{bo}}{h} = 0$

Dies ist die triviale Lösung des Problems und entspricht physikalisch einer reinen Normalkraftbeanspruchung ohne Biegung. Hierfür gilt

$$D_b = \sigma_{bo} d, \quad a_1 = d/2.$$

Fall 2: $4\sigma_{bp} = \varepsilon_{bp} E_{bo}$

Für einen Beton mit dieser Charakteristik der Materialkonstanten versagt das Verfahren.

Für die Normalbetone der DIN 1045 ist der Wert Δ jedoch immer positiv. Abb. 7 zeigt für verschiedene gemessene Spannungsdehnungslinien / 28. / die Werte für Δ bei $\alpha = 1$.

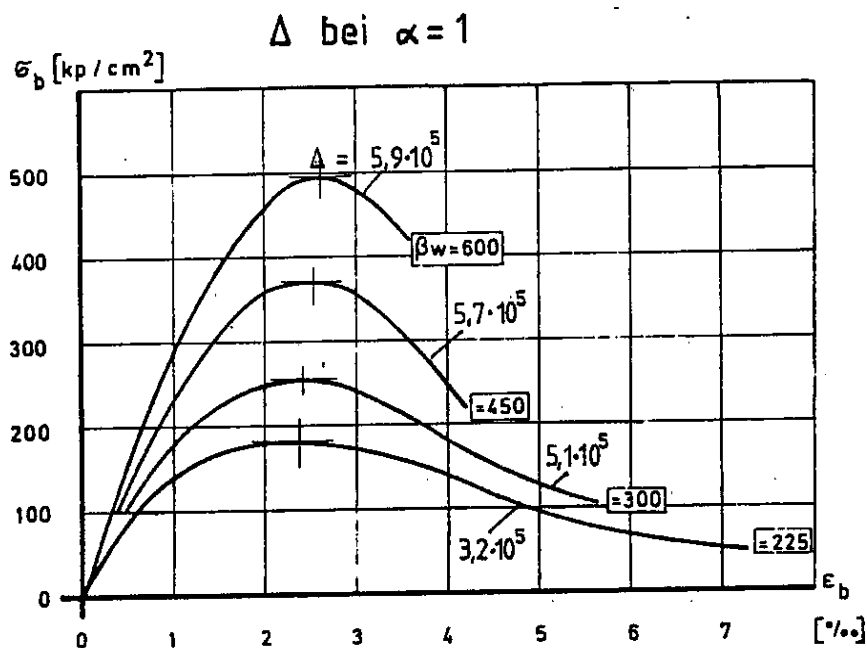


Abb. 7 Gemessene Spannungs - Dehnungslinien verschiedener Betone

Bei Vorgabe der beiden ausgezeichneten Ordinaten ε_{bo} und ε_e der Dehnungslinie sind nach vorstehenden Ausführungen die Normalkraftanteile in Beton und Stahl sowie deren Lage innerhalb des Querschnittes berechenbar. Es verbleibt die Herstellung des Zusammenhanges zwischen diesen Teilaussagen und den resultierenden Schalenschnittgrößen. Zunächst gelten nach (2.28) und (2.29) unter Beachtung von (2.21) und (2.22) folgende Zusammenhänge

zwischen den Dehnungen und den Verschiebungen bzw. deren Ortsableitungen:

$$\varepsilon_{i\varphi} = \frac{1}{1 + \frac{z_i}{r_\varphi}} \cdot \frac{1}{r_\varphi} \left(\frac{\partial u}{\partial \varphi} + w + z_i \frac{\partial \phi_\varphi}{\partial \varphi} \right), \quad (2.88)$$

$$\varepsilon_{i\vartheta} = \frac{1}{1 + \frac{z_i}{r_\vartheta}} \cdot \frac{1}{r_\vartheta} \left[\frac{\partial v}{\partial \vartheta} + u \cos \varphi + w \sin \varphi + z_i \left(\frac{\partial \phi_\vartheta}{\partial \vartheta} + \phi_\varphi \cos \varphi \right) \right]. \quad (2.89)$$

Gemäß Abb. 6 erhält man für

$$i = 1 \quad \text{mit} \quad z_1 = -d/2$$

die jeweiligen Dehnungen ε_{b0} in φ - bzw. ϑ -Richtung.

Analog ergeben sich für

$$i = 2 \quad \text{mit} \quad z_2 = -d/2 + h_j'', \quad j = \varphi, \vartheta$$

die Dehnungskordinaten $\varepsilon'_{e\varphi}$ bzw. $\varepsilon'_{e\vartheta}$ und für

$$i = 3 \quad \text{mit} \quad z_3 = +d/2 - h_j'$$

die Dehnungen $\varepsilon_{e\varphi}$ bzw. $\varepsilon_{e\vartheta}$.

Aufgrund der bekannten Dehnungsverteilung, den dazugehörigen Werten D_{bj} ($j = \varphi, \vartheta$), den zu $i = 2$ bzw. $i = 3$ gehörenden Spannungen, bzw. Zug- und Druckkräften

$$z_{ej} = \sigma'_{ej} A_{ej}$$

$$D_{ej} = \sigma'_{ej} A'_{ej}$$

können nunmehr die endgültigen Werte der Schalenschnittgrößen N_φ , N_θ bzw. M_φ , M_θ formuliert werden.

Es gilt

$$N_j = D_{bj} + D_{ej} + z_{ej}. \quad (2.90)$$

Die Schnittmomente folgen aus

$$M_j = D_{bj} \left(\alpha_{1j} - \frac{d}{2} \right) + D_{ej} \left(h_j'' - \frac{d}{2} \right) + z_{ej} \left(h_j - \frac{d}{2} \right). \quad (2.91)$$

Damit ist ein analytischer Zusammenhang zwischen den Schalennormalkräften N_φ , N_θ , den Schalenbiegemomenten M_φ , M_θ und über (2.88) bzw. (2.89) den Verschiebungen hergestellt.

Für die übrigen Schnittgrößen läßt sich mit (2.66), (2.67) bzw. (2.72), (2.73) eine rechnerische Biegesteifigkeit ermitteln, die über (2.37) bis (2.39) in die jeweilige Schubsteifigkeit umgerechnet werden kann. Im allgemeinen ist die Schubsteifigkeit jedoch eine unabhängige Größe. Hier sind weitere Ergebnisse der Baustoffforschung abzuwarten.

Der Einfluß der Querkontraktion ist in (2.90), (2.91) nicht enthalten.

Die Gleichungen in Abschnitt 2.3.5.1 erlauben jedoch auch für andere Tragwerke, diese Beziehungen aufzustellen. Setzt man anstelle der Gleichungen (2.88) und (2.89) die entsprechenden Dehnungs-Verschiebungsbeziehungen für andere Tragelemente, z.B. Platten oder Balken, so gelten die zuvor abgeleiteten Schnittgrößenbeziehungen auch für solche Tragwerke.

2.3.5.2 Momenten-Krümmungsbeziehungen mit großer Normalkraft

Die Gleichungen (2.90) und (2.91) sind eine explizite Darstellung der Schnittkräfte in Abhängigkeit von einer ganzen Reihe von Schalen- und Bewehrungsparametern. Auch andere Lösungsmöglichkeiten sind denkbar. Allgemein stehen bei Vorgabe der Materialkennwerte für die beiden Werkstoffe Stahl und Beton, die mittels der Beziehungen (2.45) und (2.46) in diesen Gleichungen berücksichtigt werden, neun Werte zur Disposition.

Diese Größen sind:

- a) die Bauteildicke d
- b) die Bewehrungslagen h, h'
- c) die Bewehrungsgehalte μ, μ'
- d) die Dehnungen $\epsilon_{bo}, \epsilon_e$
- e) die Schnittgrößen N, M

Sind sieben dieser Größen bekannt, so lassen sich die beiden anderen aus den beiden linear unabhängigen Gleichungen (2.90) und (2.91) berechnen.

Die Auflösung nach der Bauteildicke d und der Bewehrungslage h erfordert die Vorgabe von Bewehrungsgehalt, -lage h' , der Dehnungen und der Schnittgrößen.

Eine zweite Möglichkeit ist die Auflösung nach den Bewehrungsgehalten μ und μ' . Eine technische Anwendung hierfür ist beispielsweise die, daß bei einem statisch bestimmten System Schnittgrößen, Lage der Bewehrung und Dicke des Bauteils bekannt sind, und zusätzlich eine maximale Durchbiegung eingehalten werden muß, womit auch die Dehnungen bekannt sind. Die Gleichungen ermöglichen dann eine optimale Bemessung des Bauteils.

Die dritte Möglichkeit ist die Auflösung nach den Schnittgrößen N und M, die im weiteren Verlauf dieser Arbeit benötigt wird und explizit in (2.90) und (2.91) durchgeführt wurde, wobei die Größen der Punkte a) bis d) als bekannt vorausgesetzt werden.

Die Gleichungen (2.90) und (2.91) können auch zum Aufstellen der in der Praxis häufig verwendeten Momenten-Krümmungsbeziehungen unter Berücksichtigung von beliebigen Normalkräften verwendet werden. Sie werden in diesem Fall nach den Dehnungen ϵ_{bo} und ϵ_e aufgelöst, womit bei bekannter Höhe h die Krümmung α gemäß

$$\alpha = \frac{\epsilon_e - \epsilon_{bo}}{h} \quad (2.92)$$

ebenfalls bekannt ist.

Die Abb. 8 zeigt eine Auswertung in 3-D-Darstellung; die Abb. 9 darunter zeigt für das gleiche Beispiel die Isolinien der Krümmung, wobei längs der Ordinate das Biegemoment und längs der Abzisse die Normalkraft aufgetragen ist. Die Schalen- und Bewehrungsparameter entsprechen denen in Beispiel 2, die Spannungs-Dehnungsbeziehungen der Abb. 4 und 5. Im Rahmen dieser Arbeit wird auf eine analytische Auflösung der Gleichungen nach den Dehnungen ϵ_{bo} und ϵ_e verzichtet, da sie für die weiteren Rechnungen nicht benötigt werden.

Im vorliegenden Beispiel wurden die Gleichungen mit Hilfe der Regula falsi unter Verwendung eines Rechenprogramms aus / 22 / in durchschnittlich 5 bis 6 Schritten mit einer relativen Genauigkeit von 10^{-8} gelöst.

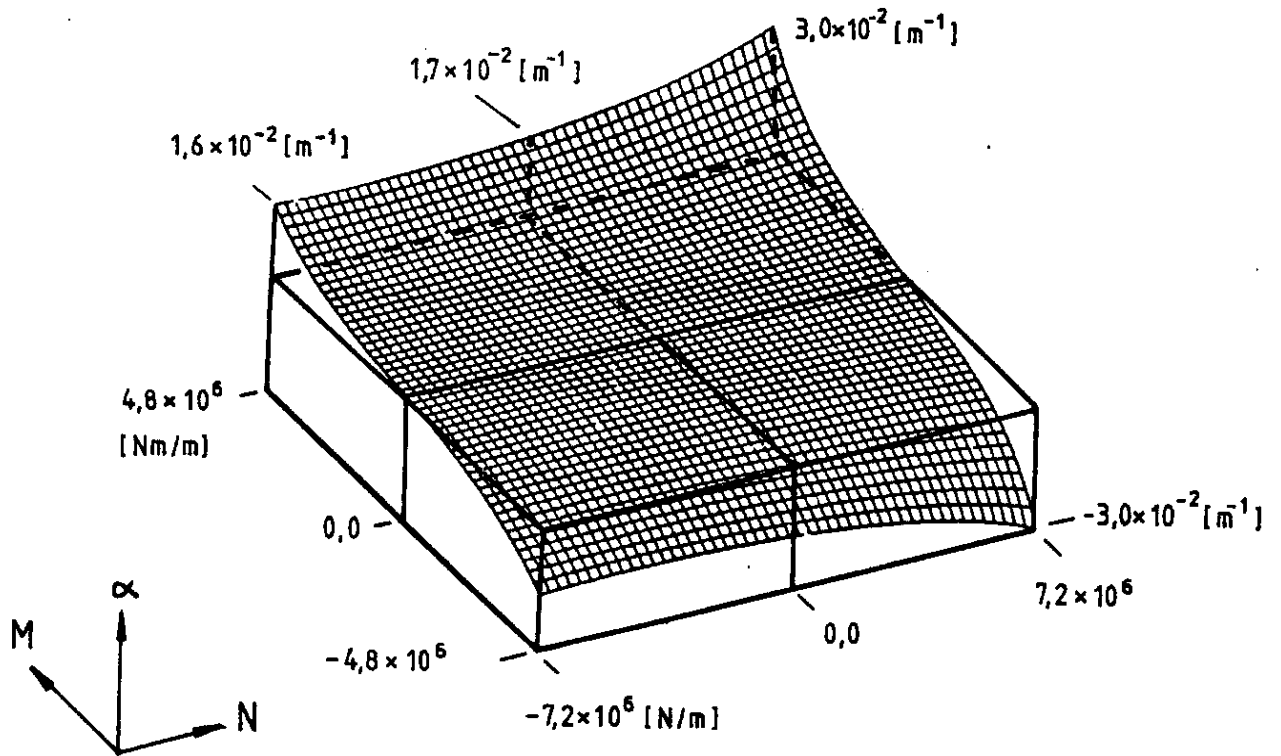


Abb. 8 Momenten - Krümmungsbeziehung mit großer Normalkraft

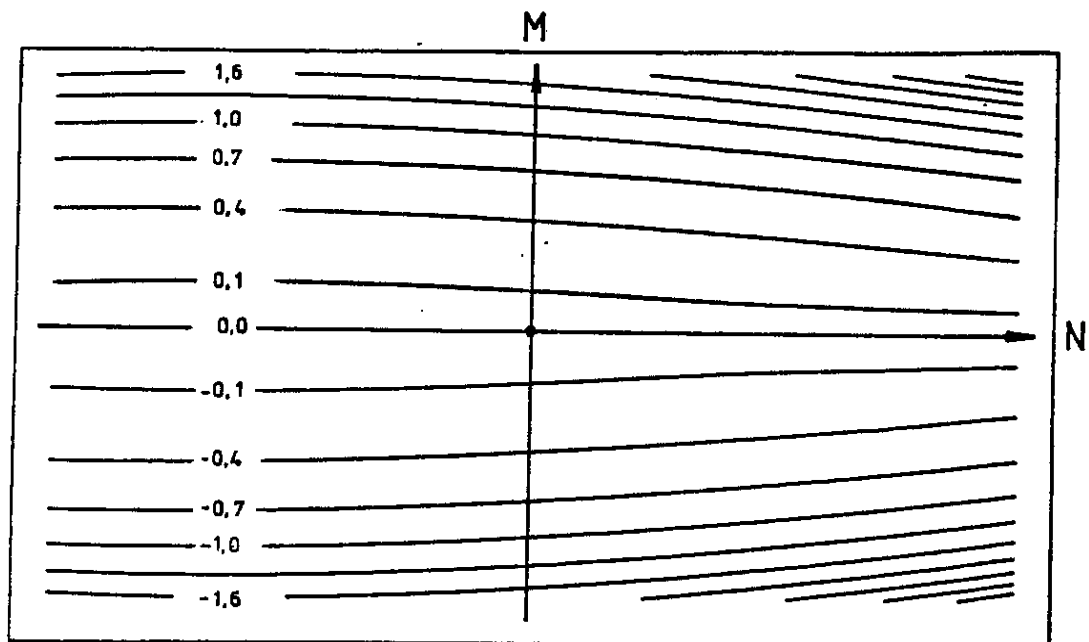


Abb. 9 Isolinien der Krümmung (10^2 - fach)

2.3.5.3 Lineare Spannungsverteilung bei kleiner Krümmung

In der Nähe der in Kapitel 2.3.5.1 beschriebenen Singularität kann zur Verringerung der Rechenzeiten eine lineare Spannungsverteilung angenommen werden. Physikalisch bedeutet dies, wie zuvor schon erwähnt, eine fast reine Normalkraftbeanspruchung des Bauteils. Aus diesen Gründen wird für Werte $|\alpha| < 10^{-7} [\text{m}^{-1}]$ eine lineare Spannungsverteilung im Bereich der Betondruckzone angesetzt, wobei der Zusammenhang zwischen der Randspannung und der zugehörigen Dehnung weiterhin nach (2.45) berechnet wird.

Mit der Dehnung $\epsilon_{bo}(z = -d/2)$ und der zugehörigen Spannung σ_{bo} (Abb. 6) wird ein mittlerer Sekantenmodul des Betons definiert:

$$E_s := \sigma_{bo} / \epsilon_{bo}. \quad (2.93)$$

Die Betondruckkraft D_b erhält man durch Integration der Spannungen über die Schalendicke gemäß (2.76). Unter Beachtung von (2.80) und (2.93) folgt hieraus

$$D_b = E_s \int_0^{\bar{x}} \left(\epsilon_{bo} + \frac{\epsilon_e - \epsilon_{bo}}{h} \bar{y} \right) d\bar{y},$$

bzw. nach Integration

$$D_b = E_s \left(\epsilon_{bo} \bar{x} + \frac{\epsilon_e - \epsilon_{bo}}{h} \frac{\bar{x}^2}{2} \right). \quad (2.94)$$

Der Abstand a_1 ergibt sich aus (2.79).

Es gilt

$$a_1 = \frac{1}{D_b} E_s \int_0^{\bar{x}} \left(\varepsilon_{bo} \bar{y} + \frac{\varepsilon_e - \varepsilon_{bo}}{h} \bar{y}^2 \right) d\bar{y}, \quad (2.95)$$

bzw. nach Integration

$$a_1 = \frac{1}{D_b} E_s \left(\varepsilon_{bo} \frac{\bar{x}^2}{2} + \frac{\varepsilon_e - \varepsilon_{bo}}{h} \frac{\bar{x}^3}{3} \right). \quad (2.96)$$

Setzt man hierin (2.94) ein, so erhält man mit (2.92)

$$a_1 = \frac{1}{3} \frac{3\varepsilon_{bo} \bar{x} + 2\alpha \bar{x}^2}{2\varepsilon_{bo} + \alpha \bar{x}}. \quad (2.97)$$

Damit sind alle Größen für eine lineare Betonspannungsverteilung über die Bauteildicke als Funktionen der Dehnungen formuliert. Auch diese stehen über die Gleichungen (2.88) und (2.89) mit den Verschiebungen und ihren Ortsableitungen in Relation.

2.3.6 Bewegungsgleichungen

2.3.6.1 Grundlagen

Die Herleitung der Bewegungsgleichungen hängt im wesentlichen von der gestellten Aufgabe ab.

Eine Möglichkeit ist die infinitesimale Betrachtungsweise. Hier werden die Impulsbilanzen am infinitesimalen Volumenelement wie folgt formuliert (Gleichungen von CAUCHY, erweitert um die Dämpfungsterme):

$$\operatorname{div} \underline{\underline{g}} + \underline{\underline{K}} = \rho \frac{D^2 \underline{u}}{Dt^2} + \beta \frac{D \underline{u}}{Dt}. \quad (2.98)$$

Darin ist $\operatorname{div} \underline{\underline{g}}$ die Divergenz des Spannungstensors, $\underline{\underline{K}}$ der Vektor der äußeren Kräfte und $\underline{u}$ der Verschiebungsvektor. Bei dünnen Tragwerken läßt sich durch anschließende Integration über die Schalendicke eine Reduzierung um eine Ortsvariable durchführen.

Eine andere Möglichkeit stellt die Formulierung der Bilanzen am finiten Schalenelement dar. Dabei werden zunächst die Spannungen durch Integration über die Schalendicke zu Schnittgrößen zusammengefaßt entsprechend (2.66) bis (2.75). Anschließend werden mit Hilfe des 2. NEWTONschen Axioms / 21 / die Bewegungsgleichungen für ein endliches Schalenelement der Dicke d formuliert. Darüberhinaus sind andere Vorgehensweisen möglich und durchaus gebräuchlich.

2.3.6.2 Formulierung der Bewegungsgleichungen

Das Aufstellen der Bewegungsgleichungen geschieht in Anlehnung an BOSNIAKOWSKI / 3 / bzw. NACHTSHEIM / 32 /. Die Vorzeichen der Schnittgrößen ergeben sich aus Abb. 10.

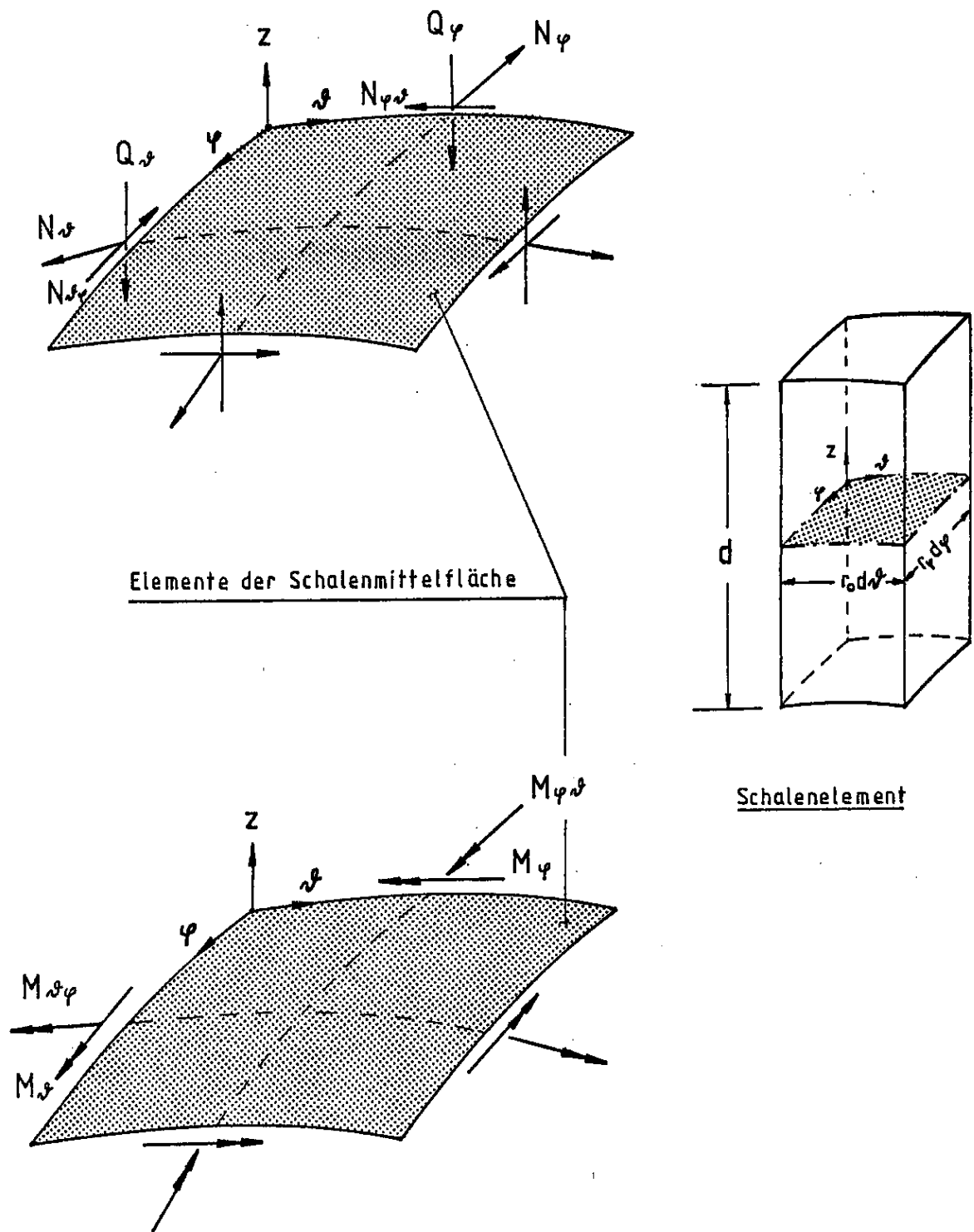


Abb. 10 Positive Schnittgrößen der Schalenmittelfläche

Unter Berücksichtigung der Beziehungen (2.4) bis (2.6) folgt aus dem Impulssatz in Richtung der Meridiantangente

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \varphi}(r_0 N_\varphi) + \frac{\partial}{\partial \vartheta}(r_\varphi N_{\vartheta\varphi}) + \frac{\partial r_\varphi}{\partial \vartheta} N_{\varphi\vartheta} - \frac{\partial r_0}{\partial \varphi} N_\vartheta + \\ + \frac{r_\varphi r_0}{r_\varphi} Q_\varphi + r_\varphi r_0 K_\varphi = r_\varphi r_0 (\vartheta \ddot{q}_\varphi + \beta \dot{q}_\varphi), \end{aligned}$$

bzw.

$$\begin{aligned} r_\varphi \cos \varphi N_\varphi + r_0 \frac{\partial N_\varphi}{\partial \varphi} + r_\varphi \frac{\partial N_{\vartheta\varphi}}{\partial \vartheta} - r_\varphi \cos \varphi N_\vartheta + \\ + r_0 Q_\varphi + r_\varphi r_0 K_\varphi = r_\varphi r_0 (\vartheta \ddot{q}_\varphi + \beta \dot{q}_\varphi); \end{aligned} \quad (2.99)$$

in Richtung der Breitenkreistangente

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \varphi}(r_\varphi N_\vartheta) + \frac{\partial}{\partial \varphi}(r_0 N_{\varphi\vartheta}) + \frac{\partial r_0}{\partial \varphi} N_{\vartheta\varphi} - \frac{\partial r_\varphi}{\partial \vartheta} N_\varphi + \\ + \frac{r_\varphi r_0}{r_\vartheta} Q_\vartheta + r_\varphi r_0 K_\vartheta = r_\varphi r_0 (\vartheta \ddot{q}_\vartheta + \beta \dot{q}_\vartheta), \end{aligned}$$

bzw.

$$\begin{aligned} r_\varphi \frac{\partial N_\vartheta}{\partial \vartheta} + r_\varphi \cos \varphi N_{\varphi\vartheta} + r_0 \frac{\partial N_{\varphi\vartheta}}{\partial \varphi} + r_\varphi \cos \varphi N_{\vartheta\varphi} + \\ + r_\varphi \sin \varphi Q_\vartheta + r_\varphi r_0 K_\vartheta = r_\varphi r_0 (\vartheta \ddot{q}_\vartheta + \beta \dot{q}_\vartheta); \end{aligned} \quad (2.100)$$

in Richtung der Flächennormalen

$$\begin{aligned} - \frac{r_\varphi r_0}{r_\varphi} N_\varphi - \frac{r_\varphi r_0}{r_\vartheta} N_\vartheta + \frac{\partial}{\partial \varphi}(r_0 Q_\varphi) + \frac{\partial}{\partial \vartheta}(r_\varphi Q_\vartheta) + r_\varphi r_0 K_z = \\ = r_\varphi r_0 (\vartheta \ddot{q}_z + \beta \dot{q}_z), \end{aligned}$$

bzw.

$$\begin{aligned} -r_0 N_\varphi - r_\varphi \sin \varphi N_\vartheta + r_\varphi \cos \varphi Q_\varphi + r_0 \frac{\partial Q_\varphi}{\partial \varphi} + r_\varphi \frac{\partial Q_\vartheta}{\partial \vartheta} + \\ + r_\varphi r_0 K_z = r_\varphi r_0 (g \ddot{q}_z + \beta \dot{q}_z). \end{aligned} \quad (2.101)$$

Der Drehimpulssatz liefert um die Meridiantangente

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \vartheta} (r_\varphi M_\vartheta) + \frac{\partial}{\partial \varphi} (r_0 M_{\varphi\vartheta}) + \frac{\partial r_0}{\partial \varphi} M_{\vartheta\varphi} - \frac{\partial r_0}{\partial \vartheta} M_\varphi - r_\varphi r_0 Q_\vartheta = \\ = r_\varphi r_0 (g \ddot{m}_\varphi + \beta \dot{m}_\varphi), \end{aligned}$$

bzw.

$$\begin{aligned} r_\varphi \frac{\partial M_\vartheta}{\partial \vartheta} + r_\varphi \cos \varphi M_{\varphi\vartheta} + r_0 \frac{\partial M_{\varphi\vartheta}}{\partial \varphi} + r_\varphi \cos \varphi M_{\vartheta\varphi} - r_\varphi r_0 Q_\vartheta = \\ = r_\varphi r_0 (g \ddot{m}_\varphi + \beta \dot{m}_\varphi); \end{aligned} \quad (2.102)$$

um die Breitenkreistangente

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \varphi} (r_0 M_\varphi) + \frac{\partial}{\partial \vartheta} (r_\varphi M_{\vartheta\varphi}) + \frac{\partial r_\varphi}{\partial \vartheta} M_{\varphi\vartheta} - \frac{\partial r_0}{\partial \varphi} M_\vartheta - r_\varphi r_0 Q_\varphi = \\ = r_\varphi r_0 (g \ddot{m}_\vartheta + \beta \dot{m}_\vartheta), \end{aligned}$$

bzw.

$$\begin{aligned} r_\varphi \cos \varphi M_\varphi + r_0 \frac{\partial M_\varphi}{\partial \varphi} + r_\varphi \frac{\partial M_{\vartheta\varphi}}{\partial \vartheta} - r_\varphi \cos \varphi M_\vartheta - r_\varphi r_0 Q_\varphi = \\ = r_\varphi r_0 (g \ddot{m}_\vartheta + \beta \dot{m}_\vartheta). \end{aligned} \quad (2.103)$$

Der Drehimpulssatz um die Schalennormale liefert keine weitere unabhängige Gleichung (siehe Abschn. 2.3.2).

Die in (2.99) bis (2.103) enthaltenen Geschwindigkeits- und Beschleunigungsterme werden durch Integration der Komponenten des Verschiebungsvektors (2.8) bis (2.10) über die Schalendicke und anschließender Differentiation nach der Zeit t ermittelt.

Es gilt

$$q_{1\varphi} := \int_{-d/2}^{d/2} u_1 \left(1 + \frac{z}{r_\varphi}\right) \left(1 + \frac{z}{r_\vartheta}\right) dz , \quad (2.104)$$

$$q_{1\vartheta} := \int_{-d/2}^{d/2} u_2 \left(1 + \frac{z}{r_\varphi}\right) \left(1 + \frac{z}{r_\vartheta}\right) dz , \quad (2.105)$$

$$q_{1z} := \int_{-d/2}^{d/2} u_3 \left(1 + \frac{z}{r_\varphi}\right) \left(1 + \frac{z}{r_\vartheta}\right) dz . \quad (2.106)$$

Die Rotationsterme ergeben sich aus folgenden Integralen:

$$m_\varphi := \int_{-d/2}^{d/2} z u_2 \left(1 + \frac{z}{r_\varphi}\right) \left(1 + \frac{z}{r_\vartheta}\right) dz , \quad (2.107)$$

$$m_\vartheta := \int_{-d/2}^{d/2} z u_1 \left(1 + \frac{z}{r_\varphi}\right) \left(1 + \frac{z}{r_\vartheta}\right) dz . \quad (2.108)$$

Nach Ausführung der Integration über z und der Differentiation nach t erhält man

$$\dot{q}_\varphi = \frac{Du}{Dt} \left(d + \frac{I}{r_\varphi r_\vartheta} \right) + \frac{D\phi_\varphi}{Dt} I \left(\frac{1}{r_\varphi} + \frac{1}{r_\vartheta} \right), \quad (2.109)$$

$$\ddot{q}_\varphi = \frac{D^2u}{Dt^2} \left(d + \frac{I}{r_\varphi r_\vartheta} \right) + \frac{D^2\phi_\varphi}{Dt^2} I \left(\frac{1}{r_\varphi} + \frac{1}{r_\vartheta} \right); \quad (2.110)$$

$$\dot{q}_\vartheta = \frac{Dv}{Dt} \left(d + \frac{I}{r_\varphi r_\vartheta} \right) + \frac{D\phi_\vartheta}{Dt} I \left(\frac{1}{r_\varphi} + \frac{1}{r_\vartheta} \right), \quad (2.111)$$

$$\ddot{q}_\vartheta = \frac{D^2v}{Dt^2} \left(d + \frac{I}{r_\varphi r_\vartheta} \right) + \frac{D^2\phi_\vartheta}{Dt^2} I \left(\frac{1}{r_\varphi} + \frac{1}{r_\vartheta} \right); \quad (2.112)$$

$$\dot{q}_z = \frac{Dw}{Dt} \left(d + \frac{I}{r_\varphi r_\vartheta} \right), \quad (2.113)$$

$$\ddot{q}_z = \frac{D^2w}{Dt^2} \left(d + \frac{I}{r_\varphi r_\vartheta} \right); \quad (2.114)$$

$$\dot{m}_\varphi = \frac{Dv}{Dt} I \left(\frac{1}{r_\varphi} + \frac{1}{r_\vartheta} \right) + \frac{D\phi_\vartheta}{Dt} I, \quad (2.115)$$

$$\ddot{m}_\varphi = \frac{D^2v}{Dt^2} I \left(\frac{1}{r_\varphi} + \frac{1}{r_\vartheta} \right) + \frac{D^2\phi_\vartheta}{Dt^2} I; \quad (2.116)$$

$$\dot{m}_\vartheta = \frac{Du}{Dt} I \left(\frac{1}{r_\varphi} + \frac{1}{r_\vartheta} \right) + \frac{D\phi_\varphi}{Dt} I, \quad (2.117)$$

$$\ddot{m}_\vartheta = \frac{D^2u}{Dt^2} I \left(\frac{1}{r_\varphi} + \frac{1}{r_\vartheta} \right) + \frac{D^2\phi_\varphi}{Dt^2} I; \quad (2.118)$$

Die Schnittkraft-Verschiebungsbeziehungen (2.66) bis (2.75) bilden zusammen mit den Bewegungsgleichungen ein System von 15 partiellen Differentialgleichungen zur Bestimmung der 10 Schnittgrößen und der 5 kinematischen Größen.

2.3.7 Transformation der Grundgleichungen

2.3.7.1 Geometrische Grundlagen

Die Beschreibung des Tragwerkverhaltens mittels der GAUSSschen Parameter φ und ϑ versagt, wenn einer der beiden Radien r_φ oder r_ϑ unendlich wird, wie z.B. bei Zylinder oder Kegelschalen.

Unter Einführung der krummlinigen Koordinaten s in Richtung der Meridiane und r in Breitenkreisrichtung (Abb. 1) auf der Schalenmittelfläche ergeben sich mit

$$ds = r_\varphi d\varphi \quad \text{und} \quad dr = r_\vartheta d\vartheta$$

folgende Beziehungen für die Ortsableitungen nach φ bzw. ϑ :

$$\frac{d\varphi}{ds} = \frac{1}{r_\varphi} ; \quad \frac{d\vartheta}{dr} = \frac{1}{r_\vartheta}$$

bzw. für eine Funktion $f = f(\varphi, \vartheta)$

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial f}{\partial \varphi} &= r_\varphi \frac{\partial f}{\partial s} , \\ \frac{\partial f}{\partial \vartheta} &= r_\vartheta \frac{\partial f}{\partial r} . \end{aligned} \right\} \quad (2.119)$$

Die Beziehungen (2.119) werden anschließend angewandt auf die Schnittkraft-Verschiebungsbeziehungen (2.66) bis (2.75), sowie auf die Bewegungsgleichungen (2.99) bis (2.103), so daß schließlich ein Gleichungssystem für beliebige, dünne Tragwerke zur Verfügung steht.

2.3.7.2 Transformation der Schnittkraft-Verschiebungs- beziehungen

Aus den Gleichungen (2.66) bis (2.75) ergeben sich unter Berücksichtigung von (2.119) die Beziehungen

$$N_{\varphi} = D_1 \left[\frac{\partial u}{\partial s} + \frac{w}{r_{\varphi}} + \gamma_2 \left(\frac{\partial v}{\partial r} + \frac{\cos \varphi}{r_0} u + \frac{1}{r_{\varphi}} w \right) \right] + \quad (2.120)$$

$$+ K_1 \Theta \left[\frac{1}{r_{\varphi}} \frac{\partial u}{\partial s} + \frac{w}{r_{\varphi}^2} - \frac{\partial \phi_{\varphi}}{\partial s} \right],$$

$$N_{\vartheta} = D_2 \left[\gamma_1 \left(\frac{\partial u}{\partial s} + \frac{w}{r_{\varphi}} \right) + \frac{\partial v}{\partial r} + \frac{\cos \varphi}{r_0} u + \frac{1}{r_{\vartheta}} w \right] + \quad (2.121)$$

$$+ K_2 \Theta \left[\frac{\partial \phi_{\vartheta}}{\partial r} + \frac{\cos \varphi}{r_0} \phi_{\varphi} - \frac{1}{r_{\vartheta}} \frac{\partial v}{\partial r} - \frac{\cos \varphi}{r_0 r_{\vartheta}} u - \frac{1}{r_{\vartheta}^2} w \right];$$

$$N_{\varphi \vartheta} = G_{12} \left[d \left(\frac{\partial v}{\partial s} + \frac{\partial u}{\partial r} - \frac{\cos \varphi}{r_0} v \right) + I \Theta \left(\frac{1}{r_{\varphi}} \frac{\partial v}{\partial s} - \frac{\partial \phi_{\vartheta}}{\partial \varphi} \right) \right], \quad (2.122)$$

$$N_{\vartheta \varphi} = G_{12} \left[d \left(\frac{\partial v}{\partial s} + \frac{\partial u}{\partial r} - \frac{\cos \varphi}{r_0} v \right) + \right. \quad (2.123)$$

$$\left. + I \Theta \left(\frac{\partial \phi_{\varphi}}{\partial r} - \frac{\cos \varphi}{r_0} \phi_{\vartheta} - \frac{1}{r_{\vartheta}} \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{\cos \varphi}{r_0 r_{\vartheta}} v \right) \right];$$

$$Q_{\varphi} = G_{13} \chi \left(d + \frac{I}{r_{\varphi}} \Theta \right) \left[\frac{\partial w}{\partial s} - \frac{u}{r_{\varphi}} + \phi_{\varphi} \right], \quad (2.124)$$

$$Q_{\vartheta} = G_{23} \chi \left(d + \frac{I}{r_{\vartheta}} \Theta \right) \left[\frac{\partial w}{\partial r} - \frac{v}{r_{\vartheta}} + \phi_{\vartheta} \right]; \quad (2.125)$$

$$M_{\varphi} = K_1 \left[\frac{\partial \phi_{\varphi}}{\partial s} + \nu_2 \left(\frac{\partial \phi_{\vartheta}}{\partial r} + \frac{\cos \varphi}{r_0} \phi_{\varphi} \right) - \Theta \left(\frac{\partial u}{\partial s} + \frac{w}{r_{\varphi}} \right) \right], \quad (2.126)$$

$$M_{\vartheta} = K_2 \left[\frac{\partial \phi_{\vartheta}}{\partial r} + \frac{\cos \varphi}{r_0} \phi_{\varphi} + \nu_1 \frac{\partial \phi_{\varphi}}{\partial s} + \Theta \left(\frac{\partial v}{\partial r} + \frac{\cos \varphi}{r_0} u + \frac{w}{r_{\vartheta}} \right) \right]; \quad (2.127)$$

$$M_{\varphi\vartheta} = G_{12} I \left[\frac{\partial \phi_{\vartheta}}{\partial s} + \frac{\partial \phi_{\varphi}}{\partial r} - \frac{\cos \varphi}{r_0} \phi_{\vartheta} - \Theta \frac{\partial v}{\partial s} \right], \quad (2.128)$$

$$M_{\vartheta\varphi} = G_{12} I \left[\frac{\partial \phi_{\vartheta}}{\partial s} + \frac{\partial \phi_{\varphi}}{\partial r} - \frac{\cos \varphi}{r_0} \phi_{\vartheta} + \Theta \left(\frac{\partial u}{\partial r} - \frac{\cos \varphi}{r_0} v \right) \right]. \quad (2.129)$$

2.3.7.3 Transformation der Bewegungsgleichungen

Die Anwendung von (2.119) auf die Gleichungen (2.99) bis (2.103) liefern bei gleichzeitiger Division durch $r_{\varphi} r_{\vartheta}$ die folgenden Beziehungen:

$$\frac{\partial N_{\varphi}}{\partial s} + \frac{\partial N_{\vartheta\varphi}}{\partial r} + \frac{\cos \varphi}{r_0} (N_{\varphi} - N_{\vartheta}) + \frac{1}{r_{\varphi}} Q_{\varphi} + K_{\varphi} = g \ddot{q}_{\varphi} + \beta \dot{q}_{\varphi}, \quad (2.130)$$

$$\frac{\partial N_{\vartheta}}{\partial r} + \frac{\partial N_{\varphi\vartheta}}{\partial s} + \frac{\cos \varphi}{r_0} (N_{\varphi\vartheta} + N_{\vartheta\varphi}) + \frac{1}{r_{\vartheta}} Q_{\vartheta} + K_{\vartheta} = g \ddot{q}_{\vartheta} + \beta \dot{q}_{\vartheta}, \quad (2.131)$$

$$\frac{\partial Q_{\varphi}}{\partial s} + \frac{\partial Q_{\vartheta}}{\partial r} - \frac{1}{r_{\varphi}} N_{\varphi} - \frac{1}{r_{\vartheta}} N_{\vartheta} + \frac{\cos \varphi}{r_0} Q_{\varphi} + K_z = g \ddot{q}_z + \beta \dot{q}_z; \quad (2.132)$$

$$\frac{\partial M_{\vartheta}}{\partial r} + \frac{\partial M_{\varphi\vartheta}}{\partial s} + \frac{\cos \varphi}{r_0} (M_{\varphi\vartheta} + M_{\vartheta\varphi}) - Q_{\vartheta} = g \ddot{m}_{\varphi} + \beta \dot{m}_{\varphi}, \quad (2.133)$$

$$\frac{\partial M_{\varphi}}{\partial s} + \frac{\partial M_{\vartheta\varphi}}{\partial r} + \frac{\cos \varphi}{r_0} (M_{\varphi} - M_{\vartheta}) - Q_{\varphi} = g \ddot{m}_{\vartheta} + \beta \dot{m}_{\vartheta}. \quad (2.134)$$

2.3.8 Randbedingungen

Durch geeignete Randbedingungen muß die Forderung erfüllt werden, daß die gesuchten Lösungsfunktionen stetig in bekannte Randwerte übergehen.

Entsprechend den gesuchten Lösungen sind entweder die fünf Bewegungsgleichungen oder fünf Schnittkraft-Verschiebungsbeziehungen durch geeignete Randbedingungen zu ersetzen. Je nach Art der Lagerung ist eine Kombination aus beiden erforderlich.

2.3.8.1 Starre Einspannung

Im Fall der starren Einspannung eines Randes werden, entsprechend einem Vorschlag von Naubert / 34 /, die Bewegungsgleichungen ersetzt durch die Randbedingungen

$$\dot{q}_\varphi = \dot{q}_\theta = \dot{q}_z = \dot{m}_\varphi = \dot{m}_\theta = 0. \quad (2.135)$$

Diese Formulierung der Randbedingungen ist gleichbedeutend mit der Forderung, daß alle kinematischen Größen auf dem starr eingespannten Rand zu allen Zeiten t identisch Null sind.

2.3.8.2 Freier Rand

Am freien Rand, der bei Rotationsschalen nur längs eines Breitenkreises auftreten kann, werden die Schnittkraft-Verschiebungsbeziehungen der auf diesem Rand auftretenden Schnittgrößen (siehe Abb. 10) ersetzt durch die Bedingungen

$$N_\varphi = N_{\varphi\theta} = Q_\varphi = M_\varphi = M_{\varphi\theta} = 0. \quad (2.136)$$

2.3.8.3 Gelenkige Lagerung

Durch Kombinationen der Vorgabe von Geschwindigkeiten und Schnittgrößen auf dem Rand lassen sich alle physikalisch sinnvolle, rotationssymmetrische, gelenkige Lagerungen darstellen / 32 /.

2.3.9 Symmetriebedingungen

Weisen die Belastungsfunktionen Symmetrien auf bezüglich einer Ebene in der die Rotationsachse liegt, so besitzen auch die gesuchten Lösungsfunktionen gewisse Symmetrie- und Antisymmetrieeigenschaften bezüglich dieser Symmetrieebene.

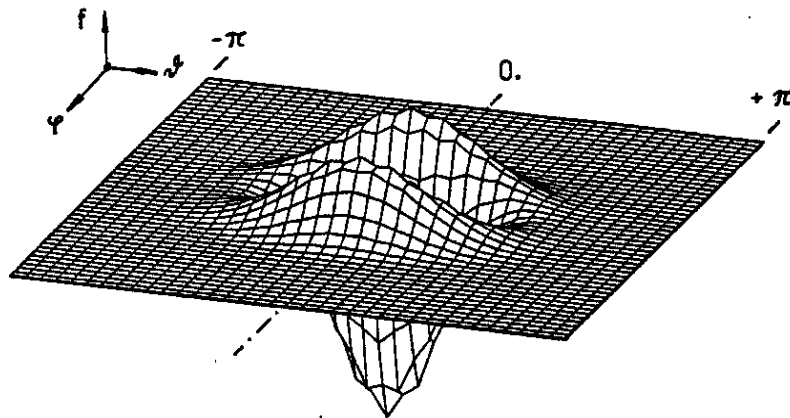
Die kinematischen Größen u , w , Φ_φ und die zugehörigen Zeitableitungen sind dann symmetrisch, v und Φ_θ mit ihren Zeitableitungen antisymmetrisch zur Symmetrieebene der Belastung. Die einfach indizierten Schnittgrößen N_φ , N_θ , Q_φ , M_φ und M_θ weisen in diesem Fall Symmetrien auf, die übrigen Schnittgrößen $N_{\varphi\theta}$, $N_{\theta\varphi}$, Q_θ , $M_{\varphi\theta}$ und $M_{\theta\varphi}$ Antisymmetrien.

Auf den Symmetrielinien der Rotationsschale, die durch gegenüberliegende Meridiane gebildet werden, besitzen die symmetrischen Lösungsfunktionen Extrema, so daß ihre Ortsableitungen in Umfangsrichtung identisch Null sind. Die antisymmetrischen Lösungen sind dort selbst identisch Null.

Für eine Einzellast in φ - oder z -Richtung beispielsweise sind der Meridian durch den Lastangriffspunkt und der gegenüberliegende Meridian Symmetrielinien, die in der Symmetrieebene der Belastung liegen (Abb. 11).

Bei linear-elastischem Materialverhalten läßt sich die Gesamtlösung einer Belastung meist durch Superposition von symmetrischen Teillastfällen unter Ausnutzung der Symmetrieeigenschaften angeben.

Funktion f symmetrisch zu $\varphi = 0$.



Funktion f antisymmetrisch zu $\varphi = 0$.

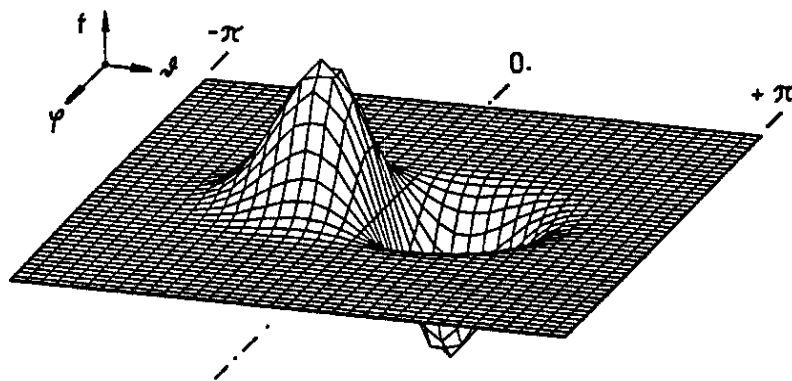


Abb. 11 Symmetriebeispiele

3. Numerische Lösung des Differentialgleichungssystems

3.1 Allgemeines

Beim vorliegenden Problem handelt es sich um die Ermittlung der Lösungen für ein hyperbolisches System von fünf partiellen, linearen bzw., im Fall des Materialgesetzes nach Abschnitt 2.3.3.2, quasilinearen Differentialgleichungen zweiter Ordnung in drei unabhängigen Veränderlichen: den Ortskoordinaten s und r , sowie der Zeit t .

Analytische Lösungen für Anfangswertprobleme und Anfangs-Randwertprobleme partieller Differentialgleichungen mit veränderlichen Koeffizienten sind nur in Einzelfällen angebar. Daher werden solche Probleme meist numerisch gelöst. Hierfür sind zahlreiche Methoden entwickelt worden, unter denen die Diskretisierungsverfahren den größten Anwendungsbereich haben / 41 /.

Man ersetzt dabei die partiellen Ableitungen durch partielle Differenzenquotienten. Separationsansätze zur Trennung der Orts- und Zeitvariablen erlauben nur die Beschreibung von stationären Wellen; Ausbreitungsvorgänge, wie sie hier zu betrachten sind, können damit nicht beschrieben werden.

3.2 Charakteristikenverfahren

Unter den Diskretisierungsverfahren gewinnt das Charakteristikenverfahren in der Kontinuumsmechanik zunehmend an Bedeutung / 43 /. Bei diesem Verfahren wird die Integration der partiellen Differentialgleichungen durch die Transformation auf charakteristische Variablen, auf die Integration von Gleichungen reduziert, die im räumlich eindimensionalen Fall nur totale Differentiale enthalten. Die Ortsableitungen quer zu den Charakteristiken verschwinden, wodurch das System wesentlich

vereinfacht wird. Bei mehrdimensionalen Problemen erfolgt eine Reduzierung um eine unabhängige Variable. Dieses Verfahren erlaubt auch die Erfassung von Diskontinuitäten, wie sie z.B. bei Fokussierungen auftreten. Eine breite Anwendung findet dieses Verfahren z.B. in der Strömungsmechanik / 16 /.

3.3 Verfahren der Dynamischen Relaxation

3.3.1 Allgemeines

Für die numerische Lösung des Gleichungssystems wird in dieser Arbeit ein Differenzenverfahren angewandt, daß für die Lösung von statischen Problemen mit Randbedingungen unter der Bezeichnung "Dynamische Relaxation" im Ingenieurwesen bekannt ist. Die theoretischen Grundlagen des Verfahrens werden von WOOD in / 44 /, / 45 / erläutert, wobei die ersten Berechnungen schon früher von DAY und OTTER / 37 / durchgeführt wurden. Nichtlineare, statische Stabwerksberechnungen wurden von BREW und BROTON / 4 / mit diesem Verfahren ausgeführt.

Die Dynamische Relaxation bringt die Lösung statischer Probleme durch die Lösung der Impuls- und Drehimpulsbilanzen in einer beschleunigten Iteration in Gesamtschritten, wobei als Relaxationsfaktor eine äußere, geschwindigkeitsproportionale, künstliche Dämpfung eingeführt wird. Ersetzt man die künstliche Dämpfung durch eine physikalische Dämpfungsmatrix, deren Werte wesentlich niedriger liegen, oder setzt man die Dämpfungsglieder der Bilanzen zu Null, so erhält man mit der Dynamischen Relaxation die Lösungen der Wellengleichungen durch direkte Integration, wenn geeignete Anfangsbedingungen bekannt sind.

3.3.2 Zeitliche Diskretisierung

3.3.2.1 Allgemeines

Bezeichnet Δt einen endlichen Zeitschritt, so wird vorausgesetzt, daß für den Zeitpunkt t die Schnittgrößen und die Verschiebungen bekannt sind. Für das Zeitintervall t bis $t + \Delta t$ werden mittlere Geschwindigkeiten berechnet, mit denen die Verformungen für den Zeitpunkt $t + \Delta t$ ermittelt werden. Aus diesen Verformungen lassen sich unter Berücksichtigung des jeweiligen Materialgesetzes, die Schnittgrößen aus den Schnittkraft-Verschiebungsbeziehungen für den gleichen Zeitpunkt $t + \Delta t$ berechnen (Abb. 12).

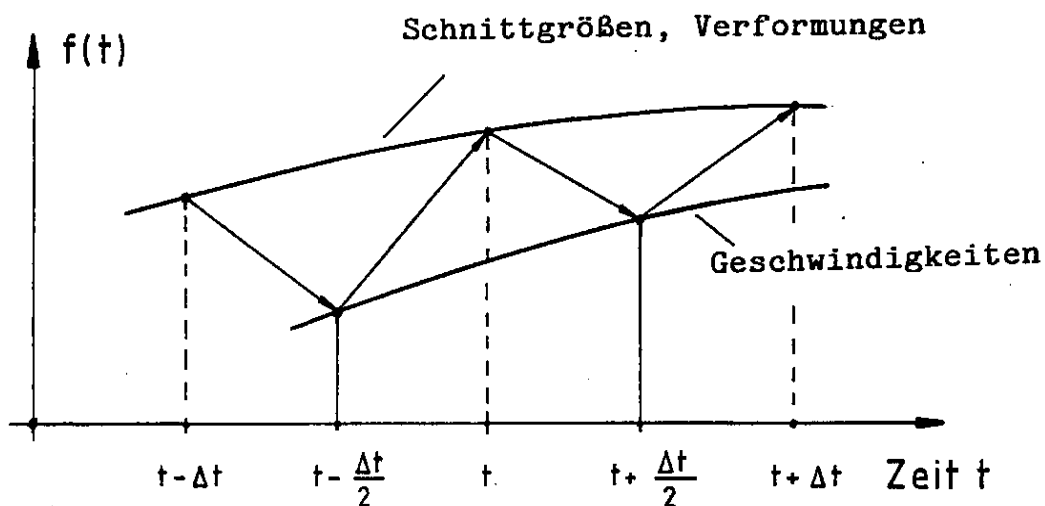


Abb. 12 Zeitlich versetzter Berechnungsraster

3.3.2.2 Rechnungsführung

Bezeichnet man mit $\underline{K}$ die Matrix der linken Seiten der Bewegungsgleichungen (2.130) bis (2.134) und stehen die

Spaltenmatrizen $\ddot{\underline{q}}$ und $\dot{\underline{q}}$ für die Beschleunigungs- und Geschwindigkeitsterme der rechten Seiten, gemäß

$$\underline{K} := \begin{pmatrix} \frac{\partial N_\varphi}{\partial s} + \frac{\partial N_{\varphi\vartheta}}{\partial r} + \frac{\cos\varphi}{r_0} (N_\varphi - N_{\vartheta}) + \frac{1}{r_\varphi} Q_\varphi + K_\varphi \\ \frac{\partial N_{\vartheta}}{\partial r} + \frac{\partial N_{\varphi\vartheta}}{\partial s} + \frac{\cos\varphi}{r_0} (N_{\varphi\vartheta} + N_{\vartheta\varphi}) + \frac{1}{r_{\vartheta}} Q_{\vartheta} + K_{\vartheta} \\ \frac{\partial Q_\varphi}{\partial s} + \frac{\partial Q_{\vartheta}}{\partial r} - \frac{1}{r_\varphi} N_\varphi - \frac{1}{r_{\vartheta}} N_{\vartheta} + \frac{\cos\varphi}{r_0} Q_\varphi + K_z \\ \frac{\partial M_{\vartheta}}{\partial r} + \frac{\partial M_{\varphi\vartheta}}{\partial s} + \frac{\cos\varphi}{r_0} (M_{\varphi\vartheta} + M_{\vartheta\varphi}) - Q_{\vartheta} \\ \frac{\partial M_\varphi}{\partial s} + \frac{\partial M_{\varphi\vartheta}}{\partial r} + \frac{\cos\varphi}{r_0} (M_\varphi - M_{\vartheta}) - Q_\varphi \end{pmatrix} \quad (3.1)$$

$$\ddot{\underline{q}}^T := (\ddot{q}_\varphi, \ddot{q}_\vartheta, \ddot{q}_z, \ddot{m}_\varphi, \ddot{m}_\vartheta) \quad (3.2)$$

$$\dot{\underline{q}}^T := (\dot{q}_\varphi, \dot{q}_\vartheta, \dot{q}_z, \dot{m}_\varphi, \dot{m}_\vartheta), \quad (3.3)$$

dann läßt sich das Bewegungsgleichungssystem in der Form

$$\underline{K} = \rho \ddot{\underline{q}} + \beta \dot{\underline{q}} \quad (3.4)$$

schreiben.

Mit den Abkürzungen

$$2\delta := \beta/\rho \quad (3.5)$$

$$\underline{K}^* := \underline{K}/\rho$$

folgt aus (3.4) die Gleichung

$$\underline{K}^* = \ddot{\underline{q}} + 2\delta \dot{\underline{q}}. \quad (3.6)$$

Mit den Abkürzungen

$$T_1 := d + \frac{J}{r_\varphi r_\theta} \quad (3.7)$$

und

$$T_2 := J \left[\frac{1}{r_\varphi} + \frac{1}{r_\theta} \right] \quad (3.8)$$

kann die Geschwindigkeitsmatrix (3.3) aufgrund der Zusammenhänge (2.109), (2.111), (2.113), (2.115) und (2.117) in der Form

$$\dot{\underline{q}} = \begin{pmatrix} T_1 & 0 & 0 & T_2 & 0 \\ 0 & T_1 & 0 & 0 & T_2 \\ 0 & 0 & T_1 & 0 & 0 \\ 0 & T_2 & 0 & 0 & J \\ T_2 & 0 & 0 & J & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \dot{u} \\ \dot{v} \\ \dot{w} \\ \dot{\phi}_\varphi \\ \dot{\phi}_\theta \end{pmatrix} \quad (3.9)$$

dargestellt werden, woraus für die physikalischen Geschwindigkeiten folgende explizite Ausdrücke herleitbar sind:

$$\dot{u} = \frac{\dot{q}_\varphi J - \dot{m}_\theta T_2}{T_1 J - T_2^2} \quad (3.10)$$

$$\dot{v} = \frac{\dot{q}_{\theta} J - \dot{m}_{\phi} T_2}{T_1 J - T_2^2} \quad (3.11)$$

$$\dot{w} = \dot{q}_z / T_1 \quad (3.12)$$

$$\dot{\phi}_{\phi} = \frac{\dot{m}_{\theta} T_1 - \dot{q}_{\phi} T_2}{T_1 J - T_2^2} \quad (3.13)$$

$$\dot{\phi}_{\theta} = \frac{\dot{m}_{\phi} T_1 - \dot{q}_{\theta} T_2}{T_1 J - T_2^2} \quad (3.14)$$

Mit den zentralen Differenzenquotienten für die Beschleunigungen

$$\ddot{q}(t) = \frac{\dot{q}(t+\Delta t/2) - \dot{q}(t-\Delta t/2)}{\Delta t} \quad (3.15)$$

und den mittleren Geschwindigkeiten

$$\dot{q}(t) = \frac{\dot{q}(t+\Delta t/2) + \dot{q}(t-\Delta t/2)}{2} \quad (3.16)$$

läßt sich die Gleichung (3.6) für den Zeitpunkt t schreiben gemäß

$$\underline{K}^*(t) = \frac{\dot{\underline{q}}(t+\Delta t/2) - \dot{\underline{q}}(t-\Delta t/2)}{\Delta t} +$$

$$+\delta[\dot{\underline{q}}(t+\Delta t/2) + \dot{\underline{q}}(t-\Delta t/2)], \quad (3.17)$$

woraus

$$\dot{\underline{q}}(t+\Delta t/2) = \frac{\underline{K}^*\Delta t + \dot{\underline{q}}(t-\Delta t/2) [1-\delta\Delta t]}{1 + \delta\Delta t}, \quad (3.18)$$

d.h. bei Kenntnis der Elemente der Schnittkraftmatrix $\underline{K}^*$ für den Zeitpunkt t und der Geschwindigkeitsmatrix $\dot{\underline{q}}$ für den Zeitpunkt $t-\Delta t/2$ lassen sich die Elemente der Geschwindigkeitsmatrix für den Zeitpunkt $t+\Delta t/2$ aus (3.18) berechnen. Die Zusammenhänge (3.10) bis (3.14) erlauben dann anschließend die Ermittlung der Geschwindigkeitskomponenten $\dot{u}$, $\dot{v}$, $\dot{w}$, $\dot{\phi}_\varphi$ und $\dot{\phi}_\theta$ zum gleichen Zeitpunkt $t+\Delta t/2$.

Unter Verwendung des Differenzenquotienten

$$\dot{\underline{q}}(t+\Delta t/2) = \frac{\underline{q}(t+\Delta t) - \underline{q}(t)}{\Delta t} \quad (3.19)$$

folgt schließlich

$$\underline{q}(t+\Delta t) = \underline{q}(t) + \dot{\underline{q}}(t+\Delta t/2)\Delta t \quad (3.20)$$

bzw. analog für die physikalischen Verschiebungskomponenten

$$\begin{aligned}u(t+\Delta t) &= u(t) + \dot{u}(t+\Delta t/2)\Delta t, \\v(t+\Delta t) &= v(t) + \dot{v}(t+\Delta t/2)\Delta t, \\w(t+\Delta t) &= w(t) + \dot{w}(t+\Delta t/2)\Delta t, \\ \Phi_{\varphi}(t+\Delta t) &= \Phi_{\varphi}(t) + \dot{\Phi}_{\varphi}(t+\Delta t/2)\Delta t, \\ \Phi_{\theta}(t+\Delta t) &= \Phi_{\theta}(t) + \dot{\Phi}_{\theta}(t+\Delta t/2)\Delta t.\end{aligned}\tag{3.21}$$

Aus (3.21) geht hervor, daß zur Berechnung der Verformungen zum Zeitpunkt $t + \Delta t$ neben den Geschwindigkeiten zur Zeit $t + \Delta t/2$ auch die Verformungen zur Zeit t bekannt sein müssen.

Genauso wie im Anschluß an die Auswertung von (3.21) unter Benutzung der Schnittkraft-Verschiebungsgleichungen (2.120) bis (2.129) die Schnittkräfte zum Zeitpunkt $t + \Delta t$ berechenbar sind und damit die Matrix $\underline{K}^*$ zum gleichen Zeitpunkt, schließt die bisher vorausgesetzte Kenntnis der Matrix $\underline{K}^*$ zur Zeit t die Kenntnis der zugehörigen Verschiebungen mit ein.

3.3.3 Räumliche Diskretisierung

3.3.3.1 Allgemeines

Die Diskretisierung der geometrischen Schalenmittelfläche geschieht dadurch, daß über sie ein nicht notwendigerweise äquidistantes Netz mit q mal p Punkten gelegt wird (Abb.13). Im Hinblick auf eine Minimierung von Rechenzeit und Kernspeicherbedarf werden Geschwindigkeiten und Verschiebungen nur in Punkten mit zwei geraden bzw. zwei ungeraden Indizes berechnet. In den übrigen Punkten werden die Schnittgrößen berechnet.

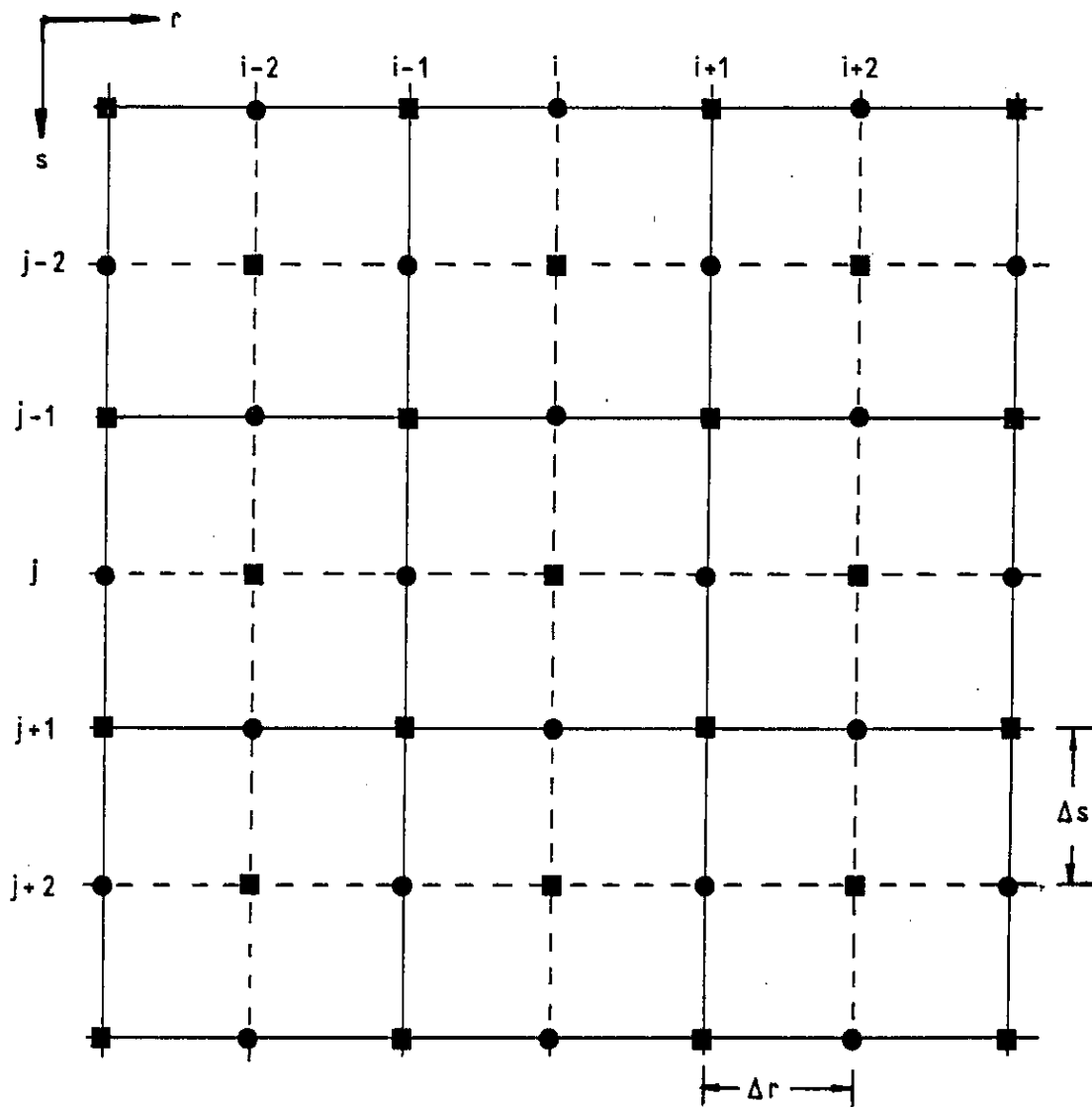
Da zur Lösung des Gleichungssystems die Kenntnis aller Bewegungs- und Kraftgrößen erforderlich ist, werden die nicht berechneten Werte in den Zwischenpunkten jeweils interpoliert. In diesen Zwischenpunkten müssen ebenfalls Ortsableitungen der dort interpolierten Funktionswerte berechnet werden. Die Ermittlung dieser Größen geschieht mit zwei unterschiedlichen Verfahren, die im folgenden dargestellt werden.

3.3.3.2 Lineare Interpolation und zentrale Differenzenquotienten 1. Ordnung

Bei der linearen Interpolation wird der Wert einer Funktion f im Punkt i, j berechnet nach

$$\{f_{i,j}\} := \frac{f_{i,j-1} + f_{i-1,j} + f_{i+1,j} + f_{i,j+1}}{4} \quad (3.22)$$

Diese Form der Interpolation entspricht der GAUSSschen Fehlerquadratmethode bei äquidistanten Stützstellen in beiden Raumrichtungen unter Verwendung einer Approximationsfunktion 1. Ordnung.



- - Geschwindigkeiten, Verschiebungen
- - Schnittgrößen

Abb. 13 Netz diskreter Punkte

Die Ortsableitungen einer Funktion $f(s,r)$ werden im Punkte i, j ersetzt durch die zentralen Differenzenquotienten 1. Ordnung gemäß

$$\Delta f_{i,j}^s := \frac{\partial f_{i,j}}{\partial s} = \frac{1}{2\Delta s} (f_{i+1,j} - f_{i-1,j})$$

bzw. (3.23)

$$\Delta f_{i,j}^r := \frac{\partial f_{i,j}}{\partial r} = \frac{1}{2\Delta r} (f_{i+1,j} - f_{i-1,j})$$

wobei das erste vernachlässigte Glied der Taylor-Entwicklung von der Ordnung $\Delta r^2 f'''$ bzw. $\Delta s^2 f'''$ ist.

Im Bereich der Ränder werden die Differenzenquotienten (3.23) durch vor- bzw. rückwärtige Differenzenquotienten ersetzt.

Hier liefert die Entwicklung einer Funktion $f(s,r)$ um den Randpunkt die folgenden Differenzenquotienten unter Beachtung des versetzten Gitters für Verschiebungen und Schnittgrößen:

$j = 1:$

$$\Delta f_{i,1}^s := \frac{\partial f_{i,1}}{\partial s} = \frac{1}{2\Delta s} (-3f_{i,1} + 4f_{i,3} - f_{i,5})$$

$j = q:$

(3.24)

$$\Delta f_{i,q}^s := \frac{\partial f_{i,q}}{\partial s} = \frac{1}{2\Delta s} (f_{i,q-4} - 4f_{i,q-2} + 3f_{i,q})$$

Diese Differenzenquotienten besitzen die gleiche Fehlerordnung wie die zentralen Differenzenquotienten der Innenpunkte des Netzes.

Wegen der Rotationssymmetrie treten in Umfangsrichtung keine Ränder, sondern lediglich Symmetrielinien auf (siehe Abschnitt 2.3.9). Für gerade Funktionen sind die Ortsableitungen dort identisch Null. Für ungerade Funktionen ist für

$$i = 1:$$

$$\Delta f_{1,j}^r := \frac{\partial f_{1,j}}{\partial r} = \frac{1}{\Delta r} f_{2,j} ,$$

$$i = p:$$

(3.25)

$$\Delta f_{p,j}^r := \frac{\partial f_{p,j}}{\partial r} = -\frac{1}{\Delta r} f_{p-1,j} .$$

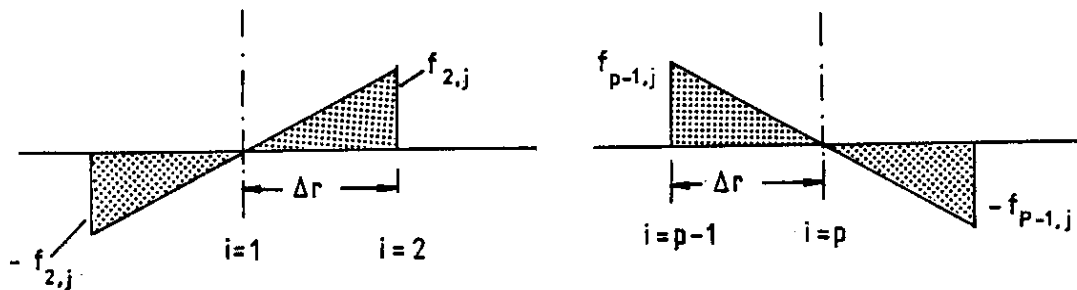


Abb. 14 Differenzenquotienten auf Symmetrielinien bei antisymmetrischen Funktionen

Diese Interpolationen und Differenzenquotienten lassen sich auf alle in der Rechnung auftretenden Funktionen, d.h. auf die Schnittgrößen, Verschiebungen und Geschwindigkeiten anwenden.

Hiermit lassen sich sowohl die Bewegungsgleichungen als auch die Schnittkraft-Verschiebungsbeziehungen in Differenzengleichungen 1. Ordnung umformen.

Im Gegensatz zur linearen Interpolation des Abschnitt 3.3.3.2, bei der höchstens vier dem Punkt P^* benachbarte Gitterpunkte P_k in das Rechenschema eingehen, werden hier bis zu zwölf bekannte Nachbarpunkte P_k in die Rechnung einbezogen (siehe Abb. 15).

Die Approximationsfunktion Q ist so zu bestimmen, daß die Summe der Fehlerquadrate, die Differenzen zwischen den gegebenen Funktionswerten $f(P_k)$ und den approximierten Werten $Q(P_k)$, ein Minimum annimmt / 20 /.

Mathematisch bedeutet dies, die diskrete Euklidische Norm

$$\left\| f - Q \right\|_D^2 \quad (3.26)$$

zu minimieren.

3.3.3.3.2 Mathematische Grundlagen

Wird als Approximationsfunktion Q ein Polynom mit zwei unabhängigen Variablen x und y , die ein lokales Koordinatensystem bilden, vom Gesamtgrad n mit

$$Q_n(x,y) = \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^{n-i} a_{ij} x^i y^j \quad (3.27)$$

angesetzt, so lautet die zu minimierende Norm

$$\left\| f(x,y) - Q(x,y) \right\|_D^2 = \sqrt{\sum_{k=1}^M (f(x_k, y_k) - Q(x_k, y_k))^2} \quad (3.28)$$

wobei M die Anzahl der diskreten Stützstellen ist.

Gleichbedeutend mit der Forderung, daß

$$\left\| f(x,y) - Q_n(x,y) \right\|_D^2$$

minimal wird, ist die Forderung, daß die Ableitung der Fehlerquadratsumme $\phi(a_{ij})$ unter der Wurzel in (3.28) verschwindet.

Mit

$$\phi(a_{ij}) := \sum_{k=1}^M (f(x_k, y_k) - Q(x_k, y_k))^2 \quad (3.29)$$

wird nach Einsetzen von (3.27)

$$\begin{aligned} \phi(a_{ij}) = & \sum_{k=1}^M (f(x_k, y_k))^2 - 2 \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^{n-i} a_{ij} \sum_{k=1}^M x_k^i y_k^j f(x_k, y_k) + \\ & + \sum_{l=0}^n \sum_{m=0}^{n-l} \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^{n-i} a_{lm} a_{ij} \sum_{k=1}^M x_k^{i+l} y_k^{j+m}. \end{aligned} \quad (3.30)$$

Notwendige Bedingung für ein Minimum von (3.30) ist

$$\frac{\partial \phi}{\partial a_{ij}} = 0 \quad \text{mit } i=0, n, \quad j=0, n-i \quad (3.30a)$$

Die Differentiation von (3.30) führt unter Beachtung von (3.30a) auf das Gleichungssystem

$$\sum_{l=0}^n \sum_{m=0}^{n-l} a_{lm} \sum_{k=1}^M x_k^{i+1} y_k^{j+m} = \sum_{k=1}^M x_k^i y_k^j f(x_k, y_k) \quad (3.31)$$

bzw. abgekürzt

$$\sum_{l=0}^n \sum_{m=0}^{n-l} a_{lm} A_{ij,lm} = b_{ij} \quad (3.32)$$

mit

$$A_{ij,lm} := \sum_{k=1}^M x_k^{i+1} y_k^{j+m} \quad (3.33)$$

und

$$b_{ij} := \sum_{k=1}^M x_k^i y_k^j f(x_k, y_k) \quad (3.34)$$

wobei

$$i=0, n, \quad j=0, n-i, \quad l=0, n \quad \text{und} \quad m=0, n-l.$$

Die Gleichung (3.31) bzw. (3.32) stellt ein System von $2(n+1)$ linear unabhängigen algebraischen Gleichungen dar, aus dem sich die $2(n+1)$ Unbekannten a_{ij} bestimmen lassen

für den Fall, daß die Anzahl M der gegebenen Funktionswerte $f(x,y)$ größer oder gleich ist der Anzahl der unbekannten Koeffizienten a_{ij} .

Durch Multiplikation von (3.32) mit der inversen Matrix $\underline{A}^{-1}$ erhält man mit

$$\underline{a} = \underline{b} \underline{A}^{-1} \quad (3.35)$$

die Lösung des Gleichungssystems.

3.3.3.3.3 Wahl einer Approximationsfunktion

In der vorliegenden Arbeit wird als Approximationsfunktion ein Polynom vom Grade $n = 2$ in zwei Variablen x , y in der Form

$$Q_n(x,y) := a_{00} + a_{01}y + a_{02}y^2 + a_{10}x + a_{11}xy + a_{20}x^2 \quad (3.36)$$

angesetzt.

Der Ursprung des lokalen Koordinatensystems wird in den gesuchten Lösungspunkt P^* gelegt (siehe Abb. 15).

Somit ergibt sich der gesuchte Interpolationswert in $P^*(0,0)$ zu

$$\{f(0,0)\} = Q_n(0,0) = a_{00} \quad (3.37)$$

Die Ortsableitungen folgen aus der Differentiation von (3.36) nach x bzw. y gemäß

$$\Delta f_{i,j}^s = \frac{\partial Q_n}{\partial x} = a_{10} + a_{11}y + 2a_{20}x, \quad (3.38)$$

$$\Delta f_{i,j}^r = \frac{\partial Q_n}{\partial y} = a_{01} + a_{11}x + 2a_{02}y, \quad (3.39)$$

woraus für $x = 0, y = 0$, den Koordinaten des Lösungspunktes P^* ,

$$\Delta f_{i,j}^s = \frac{\partial Q_n(0,0)}{\partial x} = a_{10}, \quad (3.40)$$

$$\Delta f_{i,j}^r = \frac{\partial Q_n(0,0)}{\partial y} = a_{01} \quad (3.41)$$

folgt.

Durch die speziell gewählte Lage des lokalen Koordinatensystems genügt es also, die Koeffizienten a_{00} , a_{10} und a_{01} zu bestimmen, um Interpolation und Differentiation in 2. Ordnung ausführen zu können.

3.3.3.3.4 Bestimmung der Koeffizienten der Approximationsfunktion

Die Elemente der Matrix $\underline{\underline{A}}$ ergeben sich gemäß (3.33) zu

$$\underline{\underline{A}} = \begin{pmatrix} M & \Sigma y_k & \Sigma y_k^2 & \Sigma x_k & \Sigma x_k y_k & \Sigma x_k^2 \\ & \Sigma y_k^2 & \Sigma y_k^3 & \Sigma x_k y_k & \Sigma x_k y_k^2 & \Sigma x_k^2 y_k \\ & & \Sigma y_k^4 & \Sigma x_k y_k^2 & \Sigma x_k y_k^3 & \Sigma x_k^2 y_k^2 \\ & & & \Sigma x_k^2 & \Sigma x_k^2 y_k & \Sigma x_k^3 \\ & & & & \Sigma x_k^2 y_k^2 & \Sigma x_k^3 y_k \\ & & & & & \Sigma x_k^4 \end{pmatrix} \quad (3.42)$$

Symmetrisch

Die rechte Seite von (3.40) lautet unter Beachtung von (3.34)

$$\underline{b} = (\Sigma f_k, \Sigma f_k y_k, \Sigma f_k y_k^2, \Sigma f_k x_k, \Sigma f_k x_k y_k, \Sigma f_k x_k^2) \quad (3.43)$$

Die Zeilenmatrix der gesuchten Koeffizienten hat die Form

$$\underline{a} = (a_{00}, a_{01}, a_{02}, a_{10}, a_{11}, a_{20}). \quad (3.44)$$

Da die Matrix $\underline{\underline{A}}$ nur von der Geometrie des gewählten Berechnungsrasters abhängt, braucht sie für jeden Schalenelement nur einmal in der Rechnung bestimmt zu werden. Für ein rotationssymmetrisches Raster ist sie für alle Punkte auf dem gleichen Breitenkreis identisch.

In Feldmitte werden gemäß Abb. 15 die Punkte P_1 bis P_{12} in die Rechnung einbezogen, d.h. in den Matrizen (3.42) und (3.43) ist über $k = 1$ bis 12 zu summieren.

Durch die Wahl des Polynoms (3.36) genügt es aber, daß in das Interpolationsschema mindestens die Funktionswerte von 6 diskreten Punkten eingehen gemäß den 6 gesuchten Koeffizienten a_{00} bis a_{20} . Daher ist diese Form der Interpolation und Differenzenbildung auch für Ränder und randnahe Punkte geeignet. Die Abb. 16 zeigt, welche Stützstellen bei randnahen Punkten in die Rechnung eingehen.

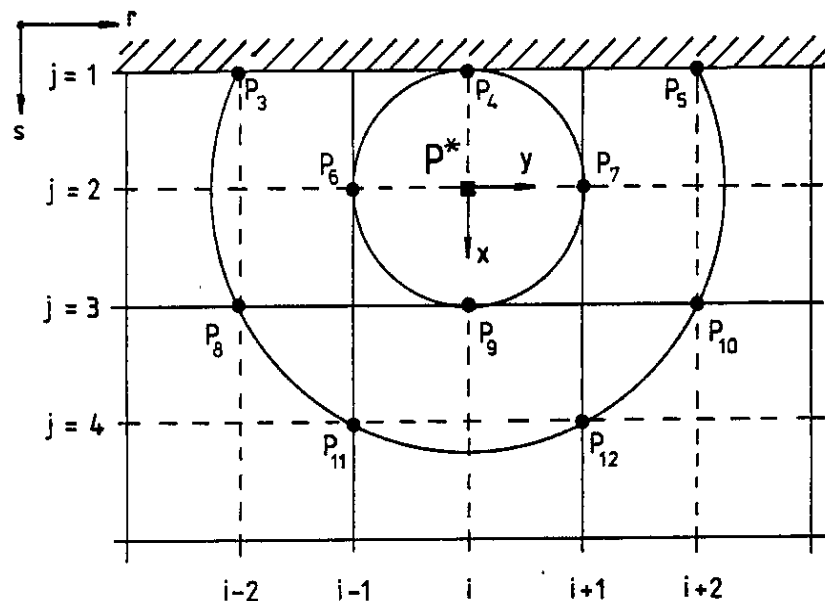


Abb. 16 Interpolationsschema für Punkte in Randnähe ($j=2$)

Liegt P^* auf einem Rand, so werden die Funktionswerte entweder durch Randbedingungen ersetzt (siehe Kap. 2.3.8) oder aus den Punkten P_6 bis P_{12} am oberen Rand ($j = 1$) bzw. P_1 bis P_7 am unteren Rand ($j = q$) berechnet, die auch zur Ermittlung der Ortsableitungen dienen. Auf Symmetrielinien ($i = 1$ bzw. $i = p$) und symmetrienahen Linien ($i = 2$ bzw. $i = p-1$) werden die entsprechenden Symmetriebedingungen eingesetzt (siehe Abschnitt 2.3.9).

Die Abb. 17 zeigt für ein eindimensionales Problem die qualitativen Unterschiede der Interpolation in 1. und 2. Ordnung.

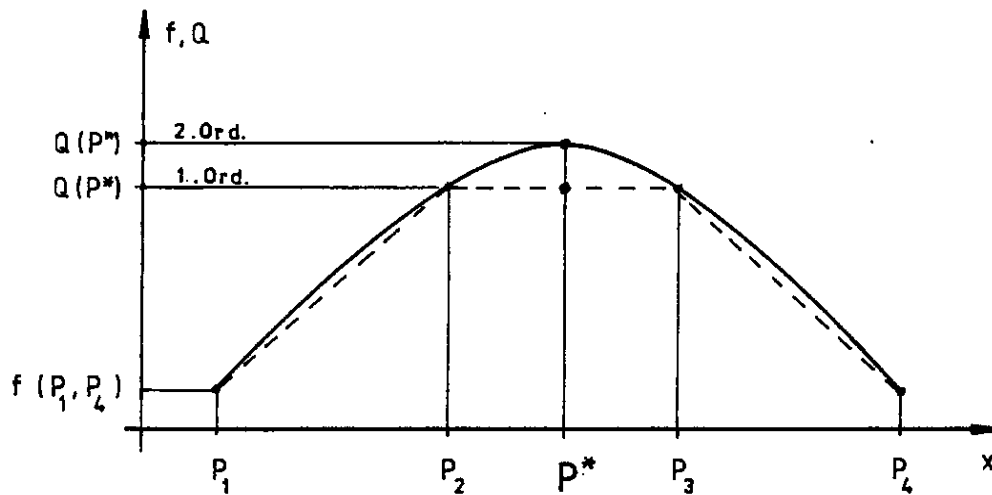


Abb. 17 Eindimensionale Interpolation in 1. und 2. Ordnung

3.4 Bewegungsgleichungen in Differenzenform

Je nach Ordnung der Rechnung werden entweder die Beziehungen (3.22) bis (3.25) oder (3.37) bis (3.39) darin eingesetzt, um die Ortsableitungen durch Differenzenquotienten und die Schnittgrößen durch ihre interpolierten Funktionswerte zu ersetzen. Somit folgt für die Geschwindigkeiten

$$\begin{aligned} \dot{q}_{\varphi, t+\Delta t/2} = & \frac{\Delta t}{\rho(1+\delta\Delta t)} \left[\Delta N_{\varphi}^S + \Delta N_{\varphi\theta}^r + \frac{\cos\varphi}{r_0} (\{N_{\varphi}\} - \{N_{\theta}\}) + \right. \\ & \left. + \frac{1}{r_{\varphi}} \{Q_{\varphi}\} + K_{\varphi} \right]_t + \frac{1-\delta\Delta t}{1+\delta\Delta t} \dot{q}_{\varphi, t-\Delta t/2}, \end{aligned} \quad (3.45)$$

$$\begin{aligned} \dot{q}_{\theta, t+\Delta t/2} = & \frac{\Delta t}{\rho(1+\delta\Delta t)} \left[\Delta N_{\theta}^r + \Delta N_{\varphi\theta}^S + \frac{\cos\varphi}{r_0} (\{N_{\varphi\theta}\} + \{N_{\theta\varphi}\}) + \right. \\ & \left. + \frac{1}{r_{\theta}} \{Q_{\theta}\} + K_{\theta} \right]_t + \frac{1-\delta\Delta t}{1+\delta\Delta t} \dot{q}_{\theta, t-\Delta t/2}, \end{aligned} \quad (3.46)$$

$$\begin{aligned} \dot{q}_{z, t+\Delta t/2} = & \frac{\Delta t}{\rho(1+\delta\Delta t)} \left[\Delta Q_{\varphi}^S + \Delta Q_{\theta}^r - \frac{1}{r_{\varphi}} \{N_{\varphi}\} - \frac{1}{r_{\theta}} \{N_{\theta}\} + \right. \\ & \left. + \frac{\cos\varphi}{r_0} \{Q_{\varphi}\} + K_z \right]_t + \frac{1-\delta\Delta t}{1+\delta\Delta t} \dot{q}_{z, t-\Delta t/2}, \end{aligned} \quad (3.47)$$

die Winkelgeschwindigkeiten

$$\begin{aligned} \dot{m}_{\varphi, t+\Delta t/2} = \frac{\Delta t}{\rho(1+\delta\Delta t)} & \left[\Delta M_{\vartheta}^r + \Delta M_{\varphi\vartheta}^s + \frac{\cos\varphi}{r_0} (\{M_{\varphi\vartheta}\} + \{M_{\vartheta\varphi}\}) - \right. \\ & \left. - \{Q_{\vartheta}\} \right]_t + \frac{1-\delta\Delta t}{1+\delta\Delta t} \dot{m}_{\varphi, t-\Delta t/2} \end{aligned} \quad (3.48)$$

$$\begin{aligned} \dot{m}_{\vartheta, t+\Delta t/2} = \frac{\Delta t}{\rho(1+\delta\Delta t)} & \left[\Delta M_{\varphi}^s + \Delta M_{\vartheta\varphi}^r + \frac{\cos\varphi}{r_0} (\{M_{\varphi}\} - \{M_{\vartheta}\}) - \right. \\ & \left. - \{Q_{\varphi}\} \right]_t + \frac{1-\delta\Delta t}{1+\delta\Delta t} \dot{m}_{\vartheta, t-\Delta t/2} . \end{aligned} \quad (3.49)$$

Diese Größen werden alle im Punkt i, j genommen, so daß auf eine Indizierung hier verzichtet wird.

Somit steht ein vollständiges Differenzengleichungssystem zur Berechnung der Geschwindigkeiten zur Verfügung.

3.5 Stabilität und Konvergenz

Während bei elliptischen Systemen, wie sie beispielsweise bei Randwertaufgaben der Statik vorliegen, weitgehend von der Wahl des Gitters unabhängige Konvergenzverhältnisse herrschen, ist dies bei hyperbolischen Systemen nicht mehr der Fall. COURANT, FRIEDRICHS und LEWY geben in ihrer bereits 1928 erschienenen Arbeit / 10 / notwendige Kriterien für die Stabilität von partiellen Differenzengleichungen der mathematischen Physik an.

Danach wird die Lösung im Punkt P^* nur beeinflusst durch den Zustand der Größen im sogenannten Abhängigkeitsbereich von P^* . Der Zustand von P^* wiederum beeinflusst nur die Lösungen von Punkten im sogenannten Einflußbereich von P^* .

Für einen eindimensionalen Ausbreitungsvorgang mit konstanter Wellenausbreitungsgeschwindigkeit c_w zeigt die Darstellung der Raum-Zeit-Ebene in Abb. 18 die Verhältnisse im Punkt P^* .

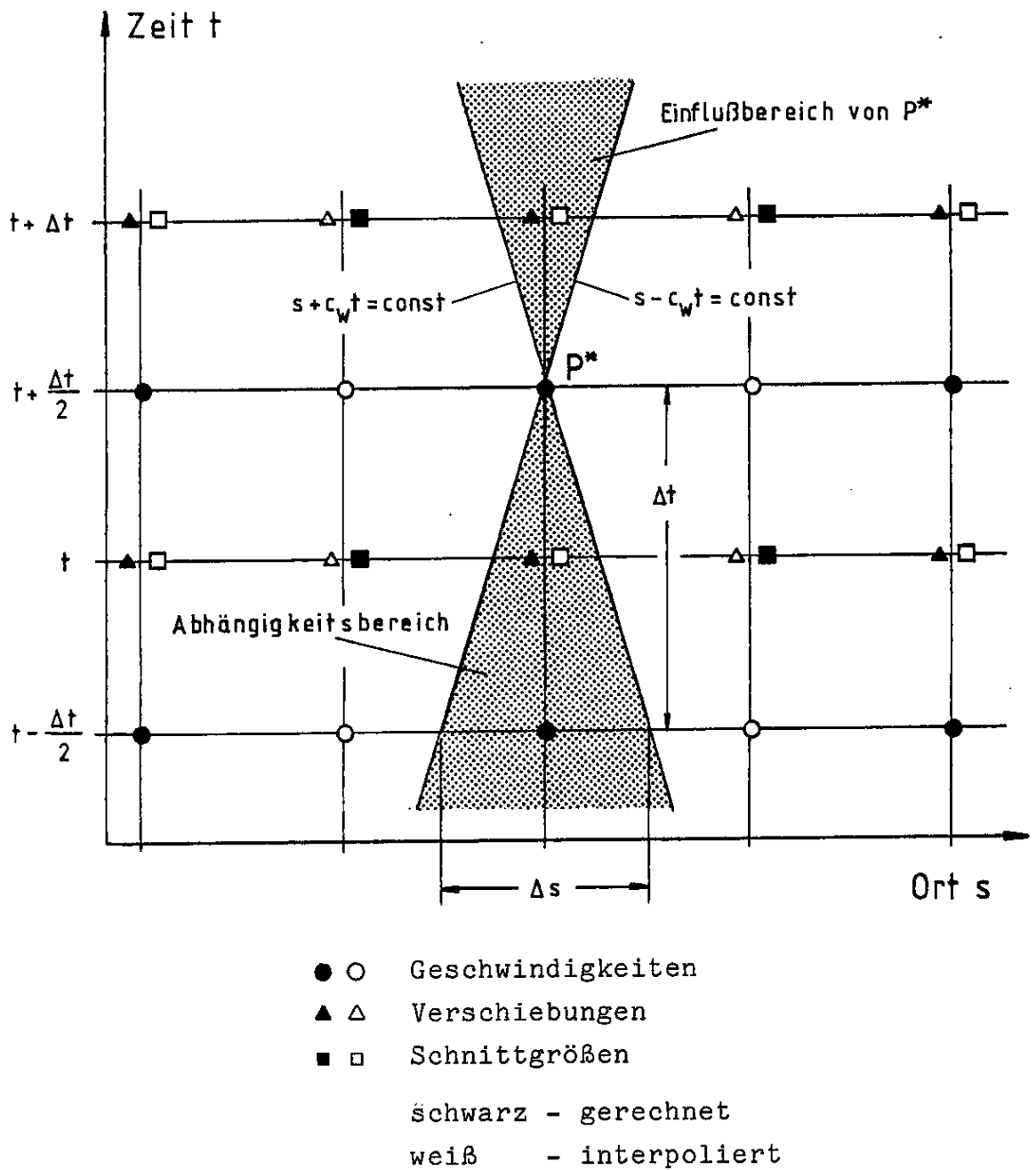


Abb. 18 Raum - Zeit - Ebene

Abhängigkeits- und Einflußbereich werden durch die beiden Geraden $s \pm c_w t = \text{const}$ begrenzt, die man Charakteristiken von P^* nennt.

Wegen der Begrenzung des Abhängigkeitsbereiches durch die Charakteristiken ergibt sich der größtmögliche Zeitschritt im eindimensionalen Fall zu

$$\Delta t = \frac{\Delta s}{c_w} \quad (3.50)$$

Im räumlich zweidimensionalen Fall, wie er hier vorliegt mit den Ortsvariablen s und r , werden Abhängigkeits- und Einflußgebiet durch Kegel begrenzt, woraus für den zulässigen Zeitschritt

$$\Delta t \leq \frac{1}{c_w \sqrt{\frac{1}{\Delta s^2} + \frac{1}{\Delta r^2}}} \quad (3.51)$$

folgt.

Die maßgebende Wellenausbreitungsgeschwindigkeit für den zweidimensionalen Fall bei homogenem, linearelastischem und isotropem Material, ist die der Longitudinalwellen mit

$$c_w = \sqrt{\frac{E}{\rho(1-\nu^2)}} \quad (3.52)$$

Für den Verbundwerkstoff wird mit einer gemittelten Wellengeschwindigkeit nach P.C. CHOU / 8 / gerechnet, da die Bewehrungseinlagen nicht als selbstständige Kontinua behandelt werden.

Es gilt

$$C_{wv} = \sqrt{\frac{E_b + (\mu' + \mu) E_e}{\rho_b + (\mu' + \mu) \rho_e}}, \quad (3.53)$$

wobei

E_b = Betonmodul,
 E_e = Stahlmodul,
 μ = Bewehrungsgehalt, Druckzone,
 μ' = Bewehrungsgehalt, Zugzone,
 ρ_b = spezifische Dichte, Beton,
 ρ_e = spezifische Dichte, Stahl

sind.

Für nichtlineare partielle Differentialgleichungen vom hyperbolischen Typ sind hinreichende Stabilitätskriterien nicht bekannt. Der nichtlineare Ansatz gemäß Abschnitt 2.3.3.3 gewährleistet die Einhaltung der notwendigen Bedingung (3.51) mit $E_e = E_{e0}$ und $E_b = E_{b0}$, da mit Zunahme der Dehnungen eine Abnahme der E-Moduln verbunden ist, und somit gemäß (3.53) die Wellenausbreitungsgeschwindigkeit kleiner wird. Schließlich setzt das Lösungsverfahren hinreichende Stetigkeit und Differenzierbarkeit in den verwendeten Geometrie- und Lösungsfunktionen voraus / 46 /.

4. Rechenprogramm

4.1 Allgemeines

Zur Durchführung numerischer Berechnungen wurde ein Rechenprogramm in FORTRAN 77 (ANSI, X3.9 - 1978) mit CDC[®]-spezifischen Erweiterungen geschrieben. Das Programm ist im Anhang II abgedruckt bis auf eine Routine zur Invertierung von Matrizen, die der Programmbibliothek RZBIB des Rechenzentrums der RWTH entnommen wurde.

4.2 Programmablauf

Nach Einlesen und Aufbereitung von Geometrie und Materialkennwerten wird in jedem Zeitschritt die in Abb. 19 dargestellte Schleife durchlaufen, wobei in Abhängigkeit von der Ordnung der Interpolation und der Art des Materials, d.h. HOOKEsches Material oder Stahlbeton, jeweils verschiedene Unterprogramme zur Ermittlung der erforderlichen Größen durchlaufen werden.

Aufgrund der analytischen Momentenkrümmungsbeziehungen (2.90) und (2.91) sind auch bei nichtlinearem Materialgesetz Iterationen nicht erforderlich.

Da es sich bei der Dynamischen Relaxation um ein explizites Verfahren handelt, und somit keine großen algebraischen Gleichungssysteme zu lösen sind, wie etwa bei Finite-Elemente-Verfahren, ist es nicht erforderlich, daß sich alle Zustandsgrößen der diskreten Punkte gleichzeitig im Kernspeicher des Rechners befinden.

Zur Berechnung eines Funktionswertes im Punkt P^* müssen lediglich die in die Interpolation eingehenden Punkte (Abb. 15, 16) und die Funktionswerte des letzten Zeitschritts von P^* im Kernspeicher vorhanden sein. Alle anderen Funktionswerte können in externen Speichern abgelegt werden.

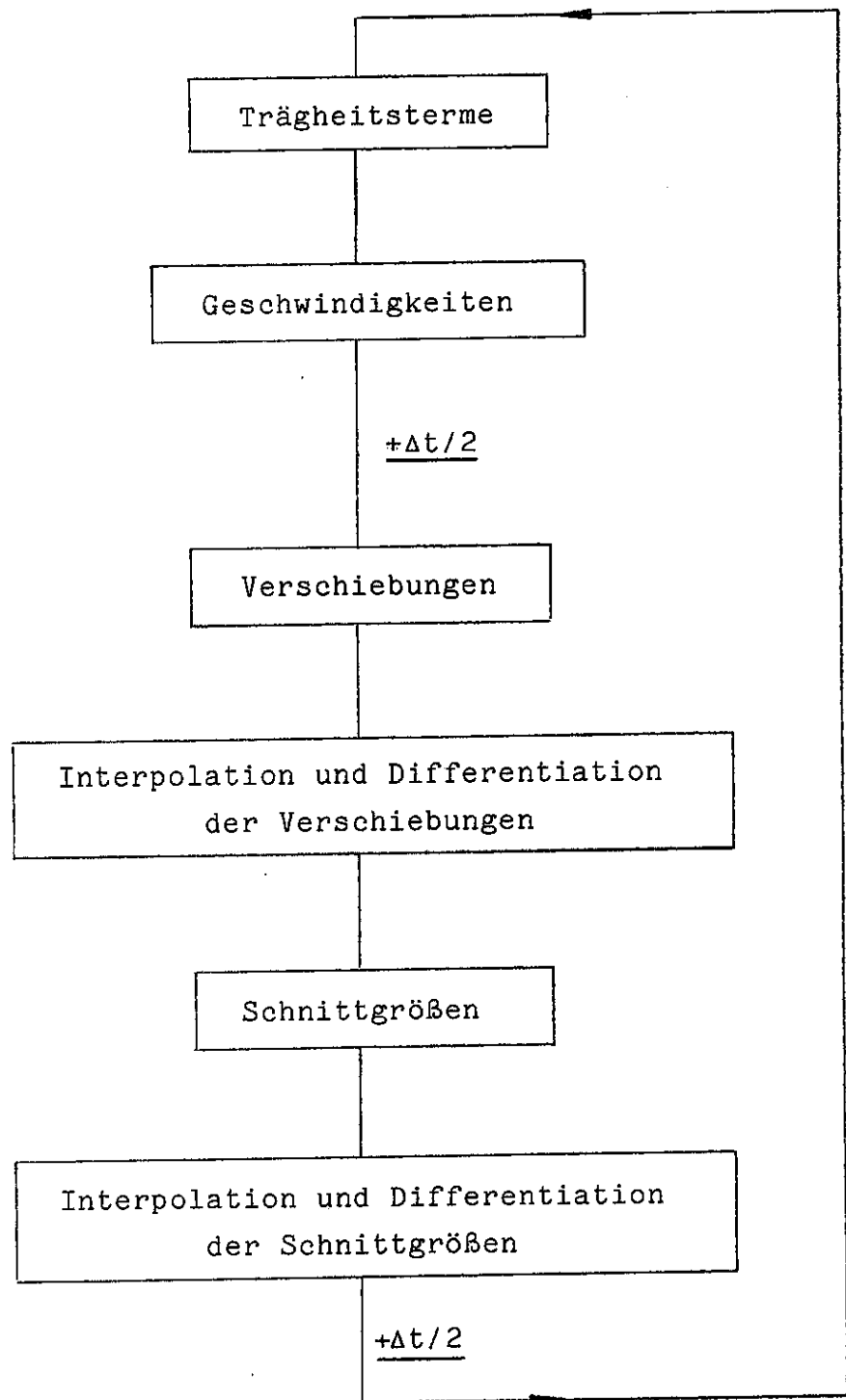


Abb. 19 Ablaufdiagramm der Berechnung

Um hinsichtlich der Netzgröße keinen Beschränkungen durch die Kernspeicherkapazität des Rechners zu unterliegen, ist in das Programm ein Algorithmus eingearbeitet, der es erlaubt, eine beliebige Anzahl von diskreten Punkten zu verarbeiten.

Dazu wird das gesamte Lösungsfeld der p mal q Punkte mit den jeweils 20 Größen, d.h. den Schnittgrößen, Verschiebungen und Geschwindigkeiten, in eine Anzahl von Blöcken unterteilt, die jeweils getrennt im Kernspeicher verarbeitet werden. Für die erforderliche Überlappung der einzelnen Blöcke ist durch geeignete Umspeichervorgänge Vorsorge zu treffen.

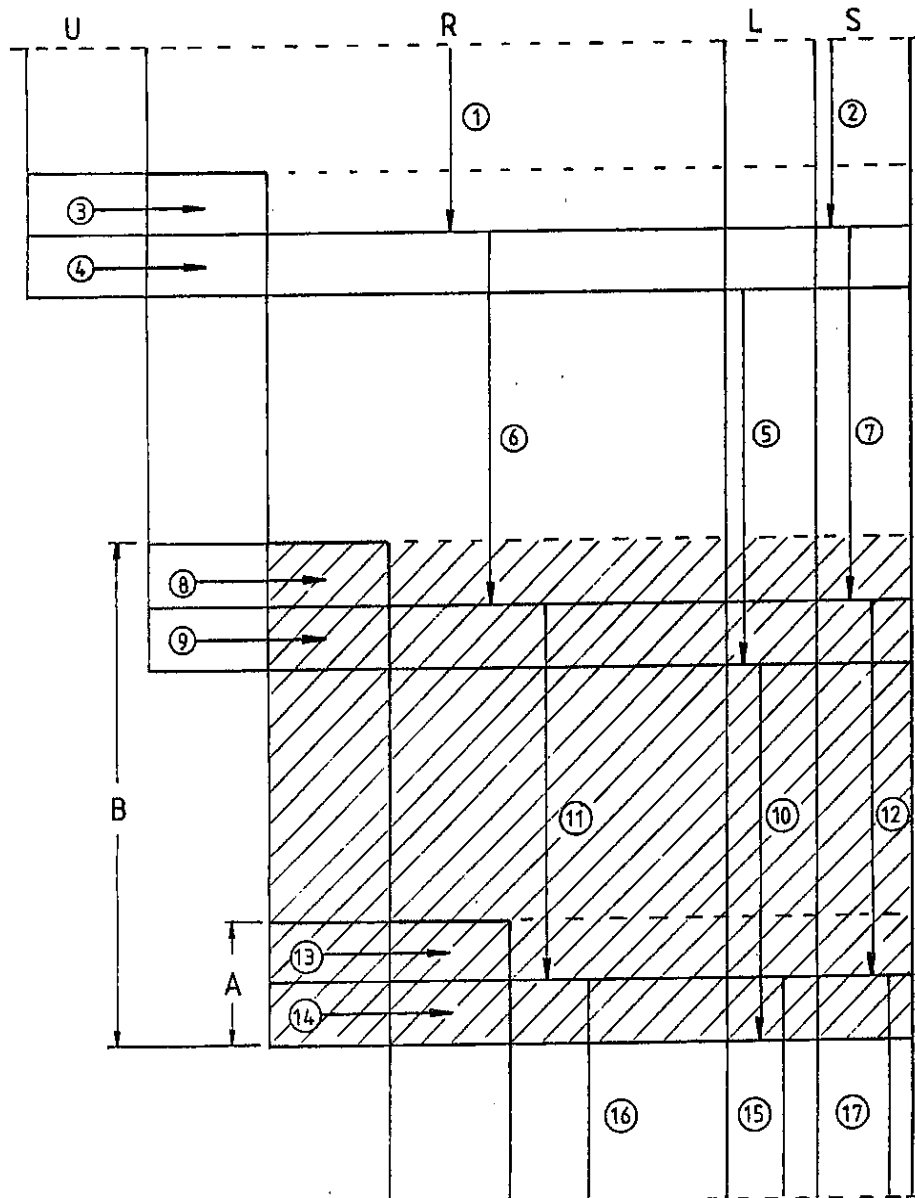
Die Abb. 20 zeigt die erforderlichen Operationen um einzelne Blöcke abarbeiten zu können.

Diese Speichertechnik ermöglicht auch den Einsatz von Kleinrechnern mit geringer Kernspeicherkapazität, um solche Berechnungen durchzuführen.

4.3 Programmdaten, Rechenzeiten, Kosten

Die in Abschnitt 5 dargestellten Berechnungen wurden auf der Cyber 175 des Rechenzentrums der RWTH mit dessen freundlicher Unterstützung durchgeführt. Für die umfangreichen graphischen Auswertungen wurden Routinen aus der Programmbibliothek IGSSOF5 benutzt. Die Programme J3D zur 3-dimensionalen Darstellung von Funktionen und zur Darstellung von Isolinien wurden von meinem ehemaligen Kollegen, Herrn Dr. rer. nat. W. JULING erstellt, und mir zur Benutzung überlassen.

Das Rechenprogramm benötigt in der in Anhang II dargestellten Form ca. 20.000 Kernspeicherplätze á 60 bit, wobei die Systemroutinen zur Berechnung von trigonometrischen Funktionen, Ein- Ausgabeoperationen u.ä. in



A - Überlappungsbereich
 B - Blocklänge,
 1 - 17 Reihenfolge der
 Operationen

U - Umspeichern
 R - Rechnen
 L - Lesen
 S - Schreiben

Abb. 20 Strukturdiagramm der Blockverarbeitung

dieser Zahl schon enthalten sind.

Zusätzlich wird ein Arbeitsfeld der Größe $5 \cdot IP \cdot JQ$ benötigt, wobei IP die Anzahl der Stützstellen in r-Richtung und JQ die Anzahl der Stützstellen in s-Richtung in einem Block darstellen.

Die Rechenzeiten betragen pro Punkt und Zeitschritt für

linearelastisches, homogenes,
isotropes Material,

Interpolation in 1. Ordnung	ca. 0,3 ms,
Interpolation in 2. Ordnung	ca. 1,6 ms;

Material: Stahlbeton,

Interpolation in 1. Ordnung	ca. 0,5 ms,
Interpolation in 2. Ordnung	ca. 2,7 ms.

Bei der Blockverarbeitung wird zusätzlich Peripherierechnerzeit für den Datenaustausch benötigt, die je nach Verhältnis von Blocklänge zu Überlappungsbereich (siehe Abb. 20) in der Größenordnung von 15 bis 30 % der Zentralrechnerzeit für jeden Block liegt.

Die Kosten einer Berechnung sind auf der Rechnerseite abhängig von den Rechenzeiten und dem Kernspeicherbedarf, auf der Programmseite vom gewählten Materialgesetz und der Ordnung der Interpolation. Bei einem Preis von DM 2,-- pro Verrechnungseinheit auf der Cyber 175 betragen die Rechenkosten für eine statische Berechnung eines Stahlbetonzylinders unter rotationssymmetrischer Belastung bei Interpolation in 1. Ordnung, wie sie in Beispiel 3 durchgeführt wurden ca. DM 100,--.

Die in Beispiel 5 durchgeführte linearelastische Berechnung in 1. Ordnung unter lokaler Belastung verursacht Rechnerkosten von ca. DM 20.000,--.

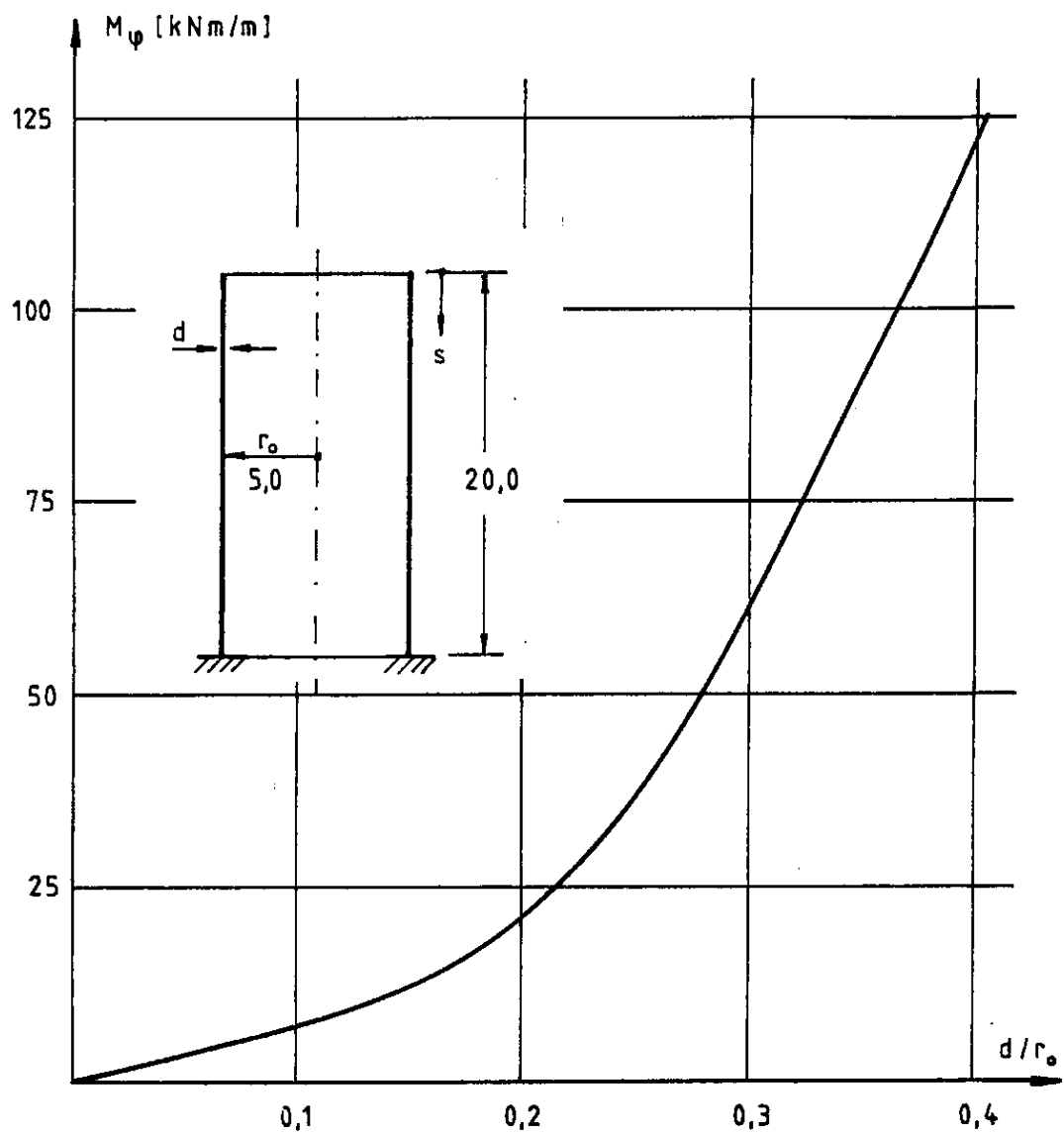
5. Beispiele

5.1 Allgemeines

Anhand von einigen Beispielen wird in diesem Abschnitt ein Vergleich mit anderen Verfahren ermöglicht und die Leistungsfähigkeit des eigenen Verfahrens dargestellt. Schließlich werden die Einflüsse des nichtlinearen Materialgesetzes nach Abschnitt 2.3.5 aufgezeigt. Wegen der Vielzahl der möglichen Variationen der Parameter erfolgt eine Beschränkung auf einfache Geometrien, wobei jedoch Herleitung und Programm bis auf die Geometrie-eingabe für beliebige Schalen Gültigkeit haben.

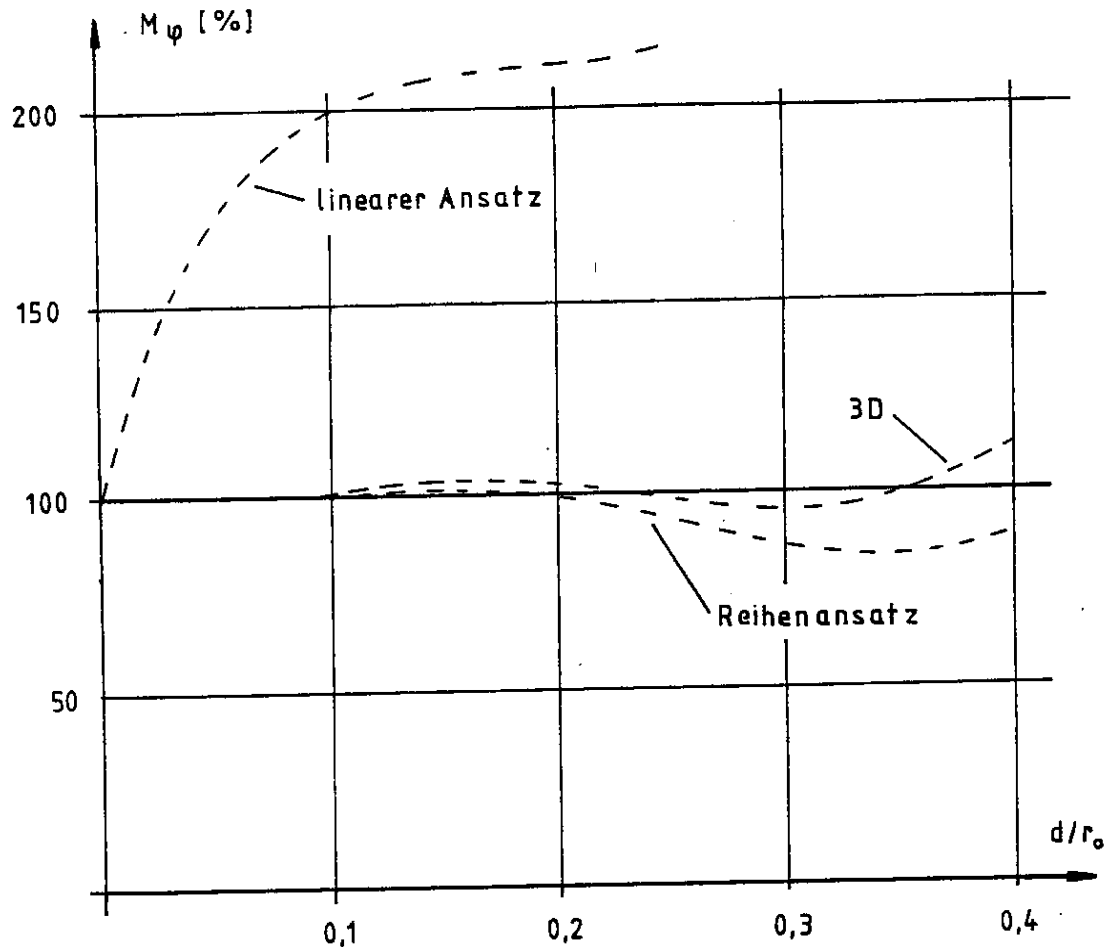
5.2 Beispiel 1: Statische Berechnung

Der in der Figur 1 dargestellte Zylinder wird für den Lastfall Eigengewicht statisch untersucht. Dabei wird linear-elastisches, homogenes, isotropes Material gemäß Abschnitt 2.3.3.2 der Berechnung zu Grunde gelegt. In der Figur 1 ist das Einspannmoment an der Stelle $s = 20 \text{ m}$ aufgetragen als Funktion des Verhältnisses von Wandstärke zu Radius, wobei die Wandstärke d zwischen $0,0$ und $2,0 \text{ m}$ variiert. Figur 2 zeigt den Vergleich mit Berechnungen von Kistenmacher / 23 /, die nach einer linearen Theorie ohne Berücksichtigung der Schubverformung (linearer Ansatz für die Normalspannungsverteilung über die Dicke), nach der 3-dimensionalen Kontinuumstheorie (3D) und nach einer von ihm entwickelten Theorie eines 13-gliedrigen Reihenansatzes für die Verschiebungen als Funktion des Ortes (Reihenansatz) mittels Differenzenverfahren für elliptische Differentialgleichungen durchgeführt wurden. Dargestellt ist in Figur 2 das Einspannmoment in Prozent als Funktion von d/r_0 , wobei die Ergebnisse der eigenen Rechnung gleich 100% gesetzt sind.



Figur 1 Einspannmoment M_φ als Funktion von d/r_o

$$\begin{aligned}\rho &= 2500 \text{ kg/m}^3 \\ E &= 3 \cdot 10^7 \text{ kN/m}^2 \\ \nu &= 1/6 \\ r_o &= 5,00 \text{ m} \\ H &= 20,0 \text{ m}\end{aligned}$$



Figur 2 Einspannmoment M_ϕ im Vergleich mit anderen Verfahren

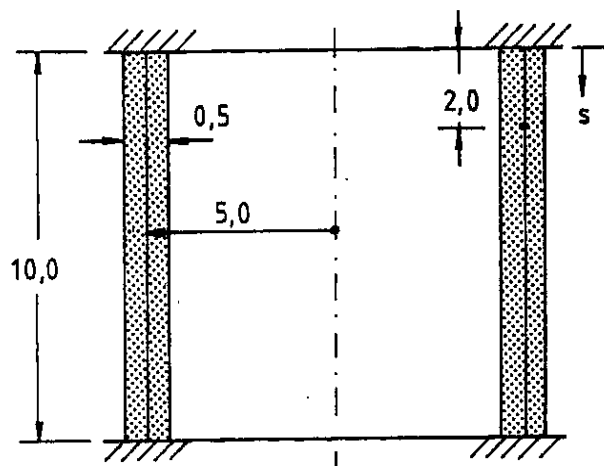
Die Figur macht deutlich, daß durch die Berücksichtigung der transversalen Schubverformung, die in dem in dieser Arbeit verwendeten Ansatz gemäß Gleichung (2.8) und (2.9) vorgenommen wurde, eine sehr gute Übereinstimmung in den integrierten Größen mit der dreidimensionalen Kontinuums-theorie auch für dickere Schalen bis etwa $d/r = 0,35$ erreicht wird. Auch die nicht dargestellten Schnittgrößen zeigen ähnlich geringe Abweichungen in diesem Bereich.

Die Berechnungen wurden mit beiden Interpolationsschemata durchgeführt, wobei die Abweichungen in allen Schnittgrößen des Endzustandes unter 1 % lagen.

5.3 Beispiel 2: Axiale, dynamische Belastung

In diesem Beispiel wird der in Figur 3 dargestellte Zylinder, der an beiden Rändern starr eingespannt ist, zur Zeit $t = 0$ einer konstanten Beschleunigung von 1 g in s -Richtung ausgesetzt.

Die vorliegenden Berechnungen werden mit $\beta = 0$ durchgeführt, um die Einflüsse der Dämpfung auf die Ergebnisse auszuschalten.



Figur 3

Die Berechnungen werden mit zwei verschiedenen Materialgesetzen durchgeführt.

Material A:

Linear-elastisch, homogen, isotrop

$$\begin{aligned}\rho &= 2500 \text{ kg/m} , \\ E &= 2,6 \cdot 10^7 \text{ kN/m}^2 , \\ \nu &= 0,2 \text{ bzw. } \nu = 0 , \\ \beta &= 0 .\end{aligned}$$

Spannungs-Dehnungsbeziehungen gemäß 2.3.3.2.

Material B:

Stahlbeton

$$\begin{aligned}\rho &= 2500 \quad \text{kg/m}^3 \\ E &= 2,6 \cdot 10^7 \quad \text{kN/m}^2 \\ \sigma_{bp}^{bo} &= -1,8 \cdot 10^4 \quad \text{kN/m}^2 \\ \epsilon_{bp} &= -2,4 \cdot 10^{-3} \\ E_{eo} &= 2,1 \cdot 10^8 \quad \text{kN/m}^2 \\ \sigma_{ep} &= 7,0 \cdot 10^5 \quad \text{kN/m}^2 \\ \epsilon_{ep} &= 0,13 \\ d &= 0,5 \quad \text{m} \\ \mu_{\varphi} &= \mu_{\theta} = \mu'_{\varphi} = \mu'_{\theta} = 0,05 \\ h'_{\varphi} &= h''_{\varphi} = 0,05 \quad d \\ h'_{\theta} &= h''_{\theta} = 0,10 \quad d\end{aligned}$$

Spannungs-Dehnungsbeziehungen gemäß 2.3.3.3.

In Figur 4 sind die Verschiebungen u bei $s = 2,0 \text{ m}$ als Funktion der Zeit aufgetragen für Material A (mit und ohne Berücksichtigung der Querkontraktion) und für Material B.

Die obere Abbildung in Figur 4 zeigt deutlich die Beeinflussung der Longitudinalwellen durch die mitlaufenden Biege- und Schubwellen bei Berücksichtigung der Querkontraktion. Ohne diese läuft im Zylinder eine reine Longitudinalwelle, was ein Abfallen der Eigenschwingzeit t_e und somit eine Erhöhung der Eigenfrequenz f zur Folge hat.

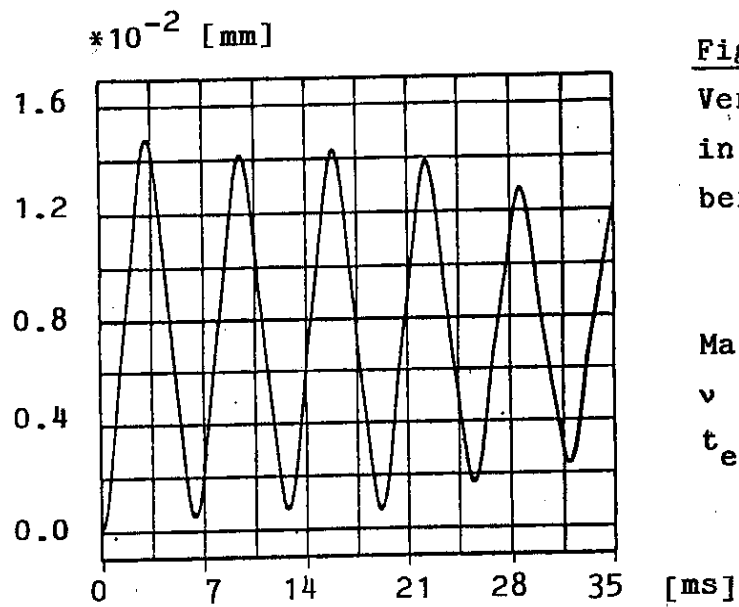
Für den Verbundwerkstoff Stahlbeton zeigt die untere Abbildung in Figur 4 einen weiteren Abfall der "Eigenschwingzeit", wobei bei nichtlinearen oder gedämpften Systemen die Zeit zwischen zwei Maxima, bzw. Minima der freien Schwingung als Eigenschwingzeit definiert wird.

Dieser Abfall der Schwingzeit beruht im wesentlichen auf der Erhöhung der Wellenausbreitungsgeschwindigkeit gemäß (3.5.3), verursacht durch die Stahleinlagen.

Figur 5 zeigt die zugehörigen Geschwindigkeiten als Funktion der Zeit für den gleichen Punkt, Figur 6 die Normalkräfte N_{φ} .

Die Figur 7 zeigt für das gleiche Beispiel die Auflagerkraft N_{φ} im Punkt $s = 10$ m. Hier ergibt sich für Material A ohne Berücksichtigung der Querkontraktion ein dynamischer Lastfaktor $DLF = 2,0$, wie er von der Dynamik des Massenpunktes her bekannt ist.

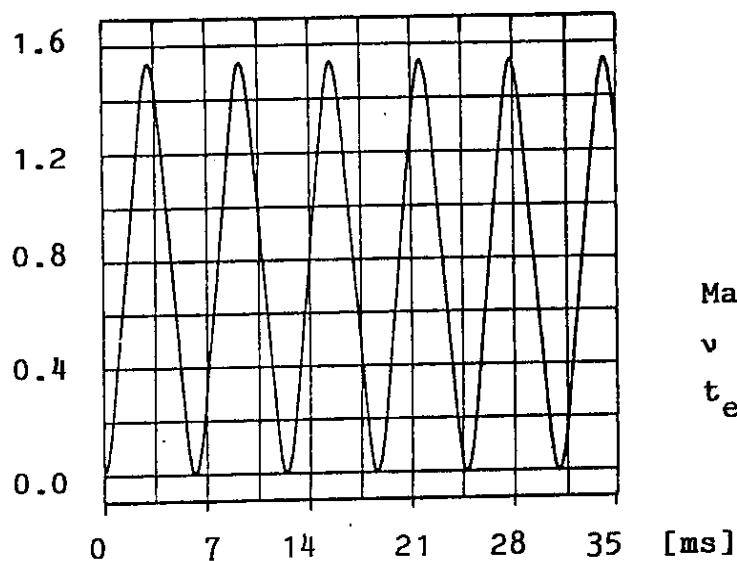
Die Figur 8 zeigt Normalkraft, Geschwindigkeit und Verschiebung für den gleichen Zylinder, der jetzt jedoch am oberen Rand frei verschieblich ist und mit den Randbedingungen gemäß (2.136). Auffallend ist hier das "Stehenbleiben" der Normalkraftwelle über einen Zeitraum von ca. 5 ms.



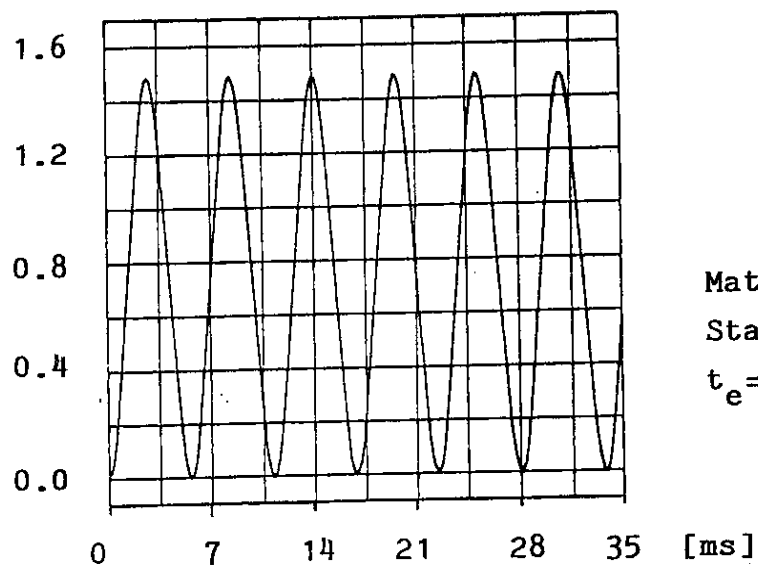
Figur 4

Verschiebung u
in s - Richtung
bei $s = 2.0$ m

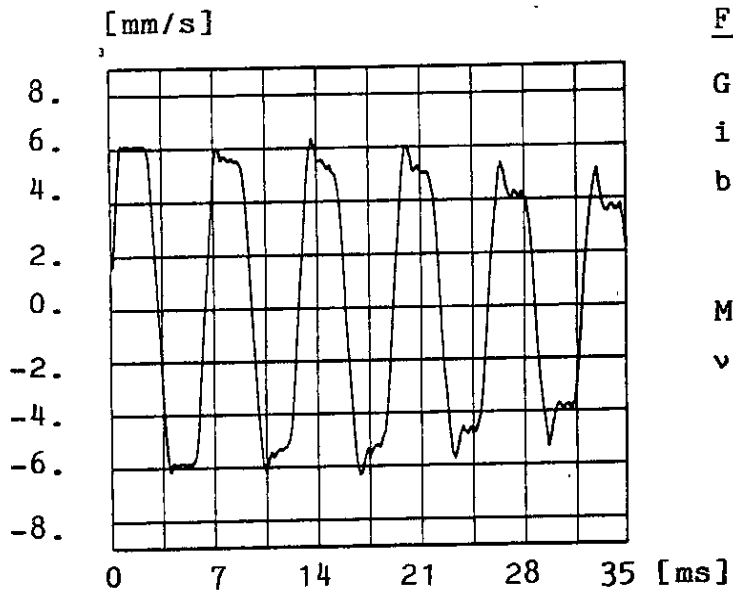
Material A
 $\nu = 0.2$
 $t_e = 6.2$ ms



Material A
 $\nu = 0.0$
 $t_e = 6.1$ ms



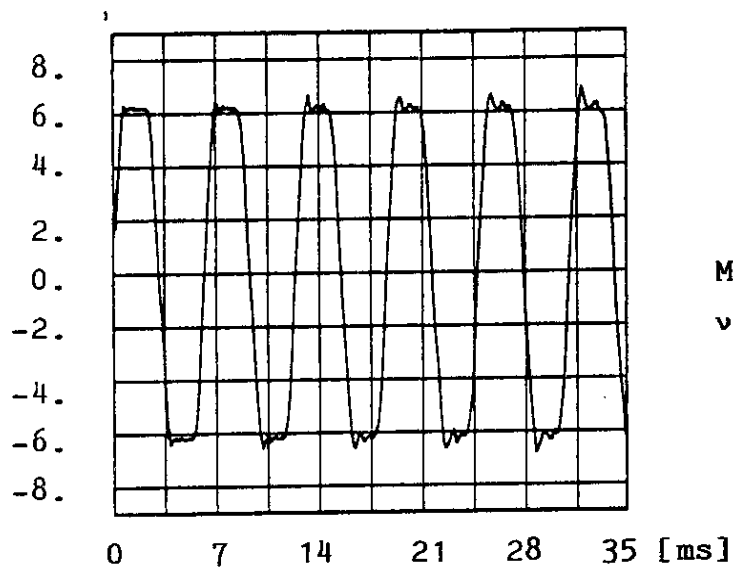
Material B
Stahlbeton
 $t_e = 5.6$ ms



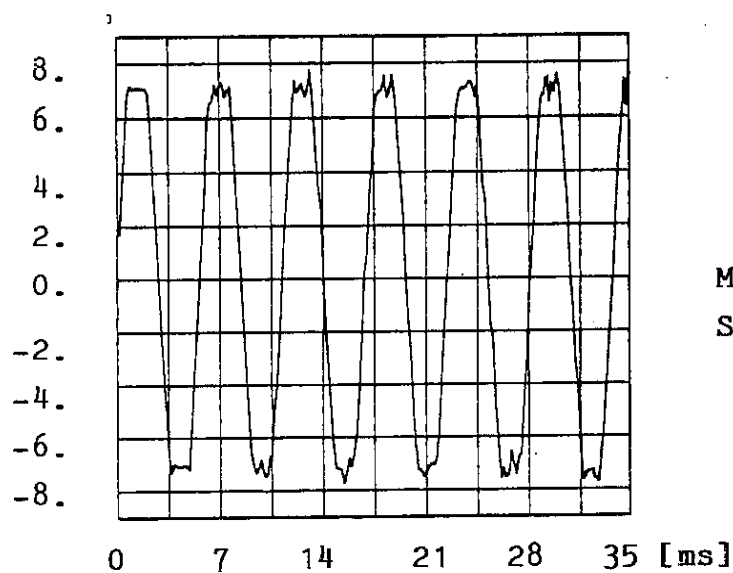
Figur 5

Geschwindigkeit $\dot{u}$
in s - Richtung
bei $s = 2.0$ m

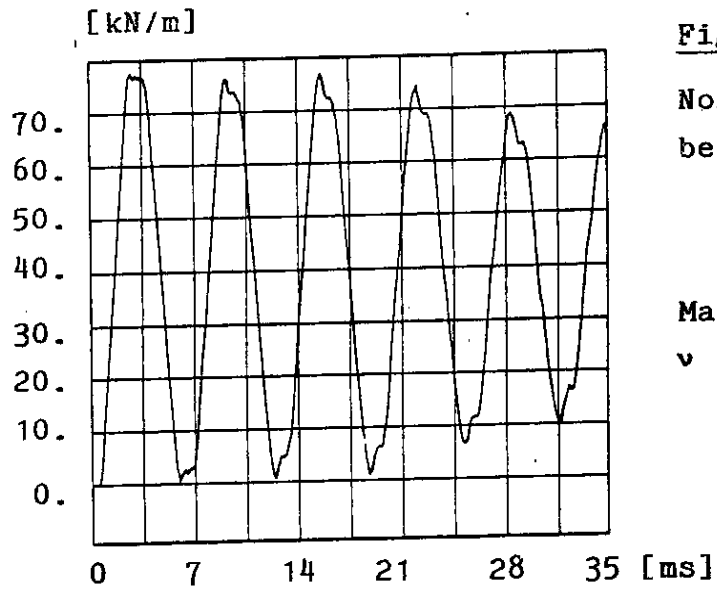
Material A
 $v = 0.2$



Material A
 $v = 0.0$



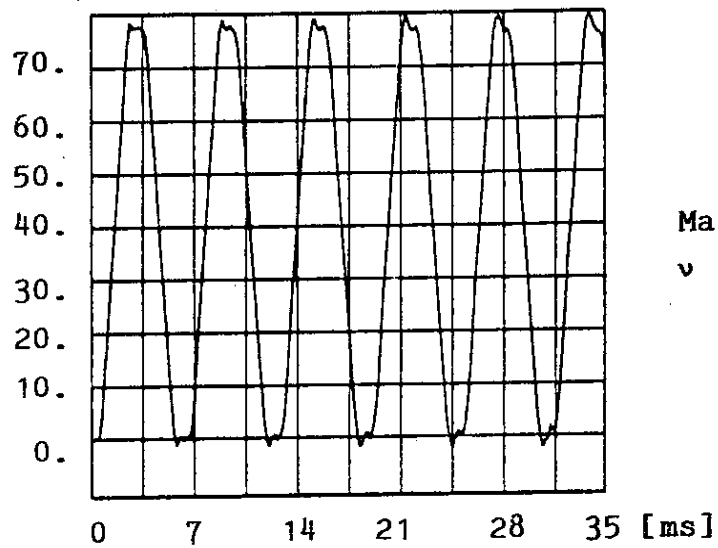
Material B
Stahlbeton



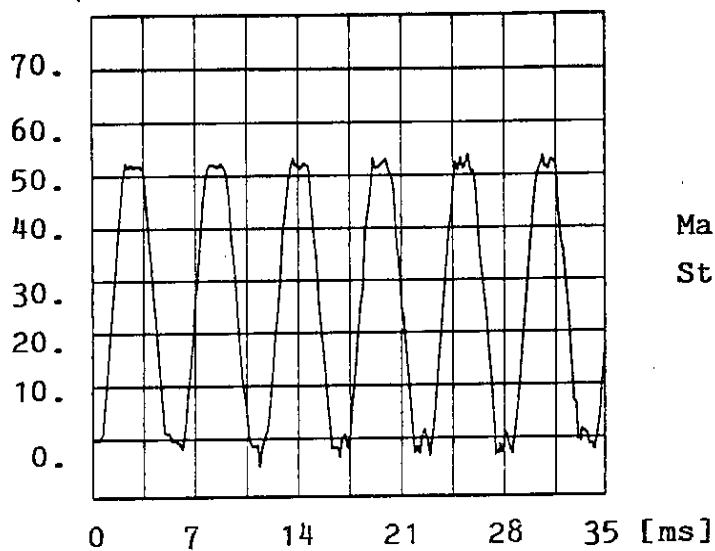
Figur 6

Normalkraft N_ϕ
bei $s = 2.0$ m

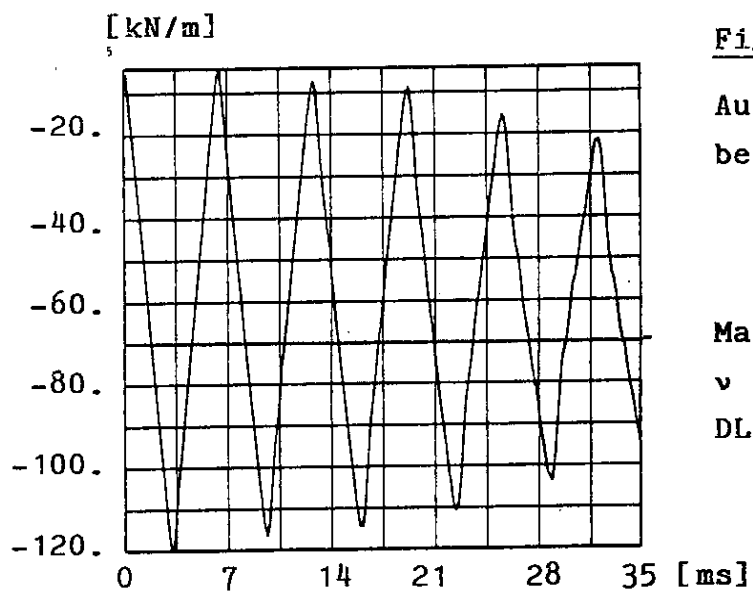
Material A
 $\nu = 0.2$



Material A
 $\nu = 0.0$



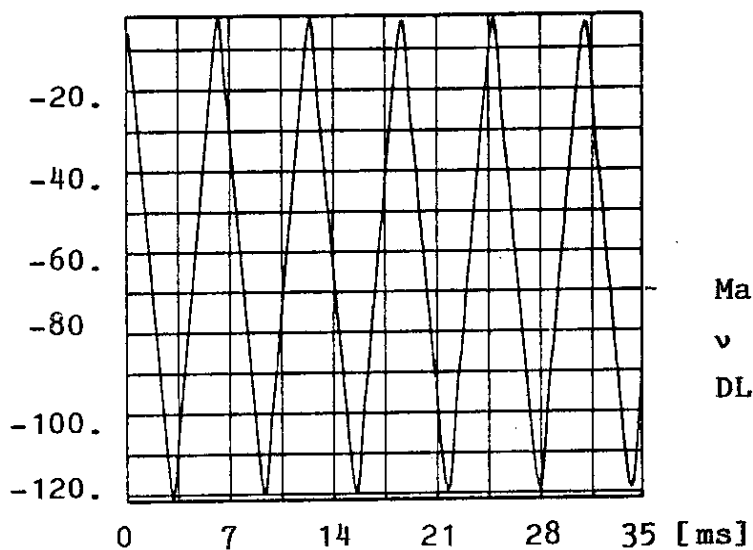
Material B
Stahlbeton



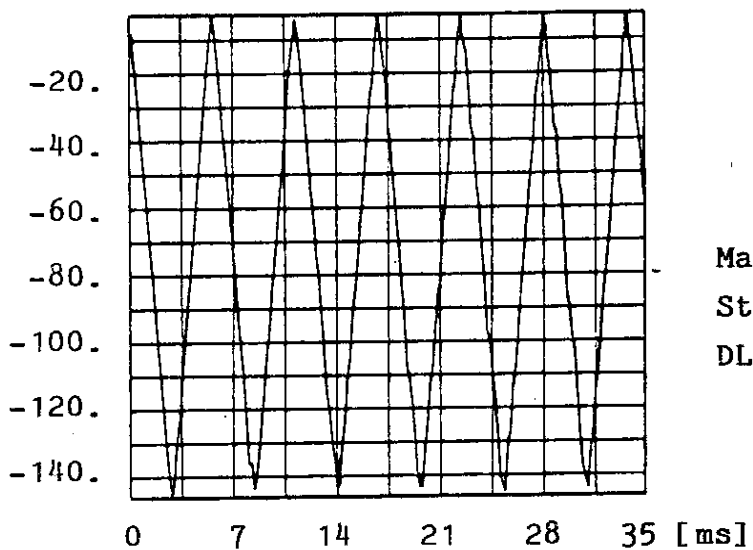
Figur 7

Auflagerkraft N_ϕ
bei $s = 10.0$ m

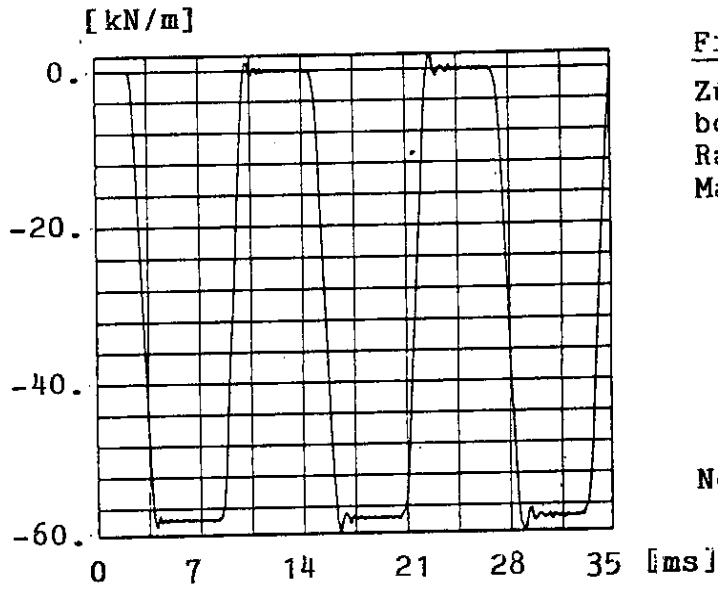
Material A
 $\nu = 0.2$
DLF = 1.96



Material A
 $\nu = 0.0$
DLF = 2.0



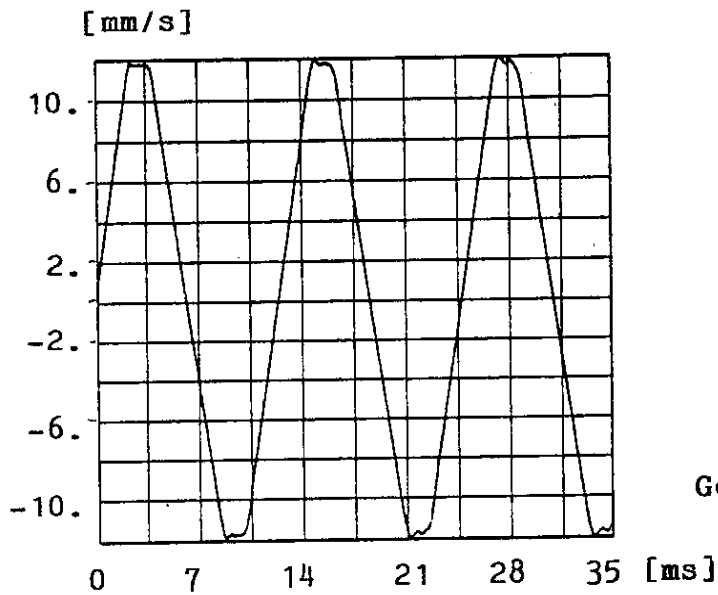
Material B
Stahlbeton
DLF = 1.74



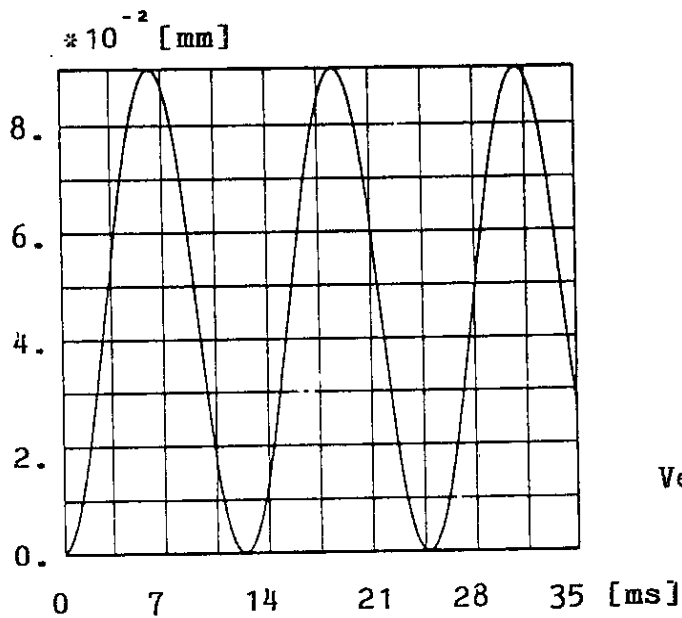
Figur 8

Zustandsgrößen
bei $s = 2.0$ m
Rand bei $s = 0$. frei
Material B, Stahlbeton

Normalkraft N_φ



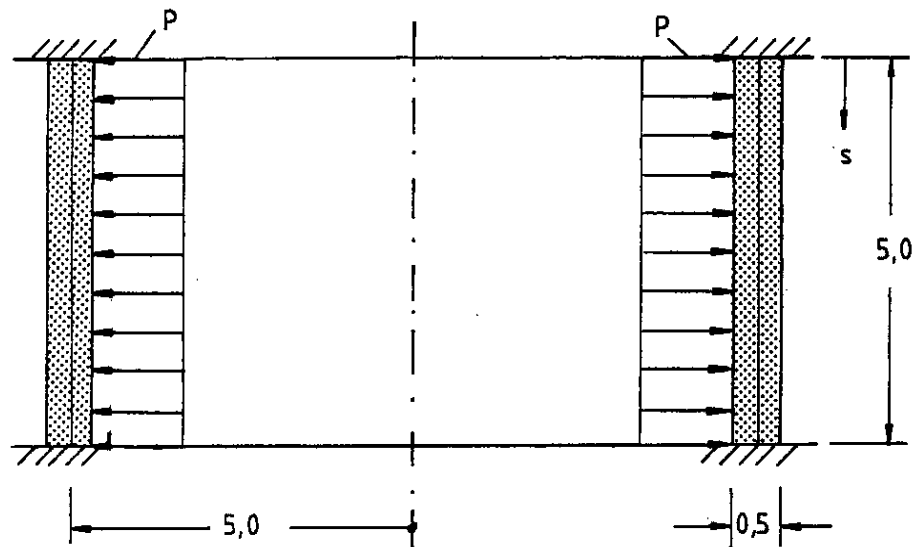
Geschwindigkeit $\dot{u}$



Verschiebung u

5.4 Beispiel 3: Radiale Belastungen

Der in Figur 9 dargestellte, an den Rändern starr eingespannte Zylinder wird einem radialen Innendruck ausgesetzt. Dabei werden Materialgesetz, Belastungshöhe und -dauer variiert. Die Materialdaten entsprechen denen in Beispiel 2. Bei Material A ist die Querkontraktionszahl mit $\nu = 0,2$ berücksichtigt; bei Material B₁ sind gegenüber Material B aus Beispiel 2, lediglich alle Bewehrungsgehalte von 0,05 auf 0,01 reduziert.

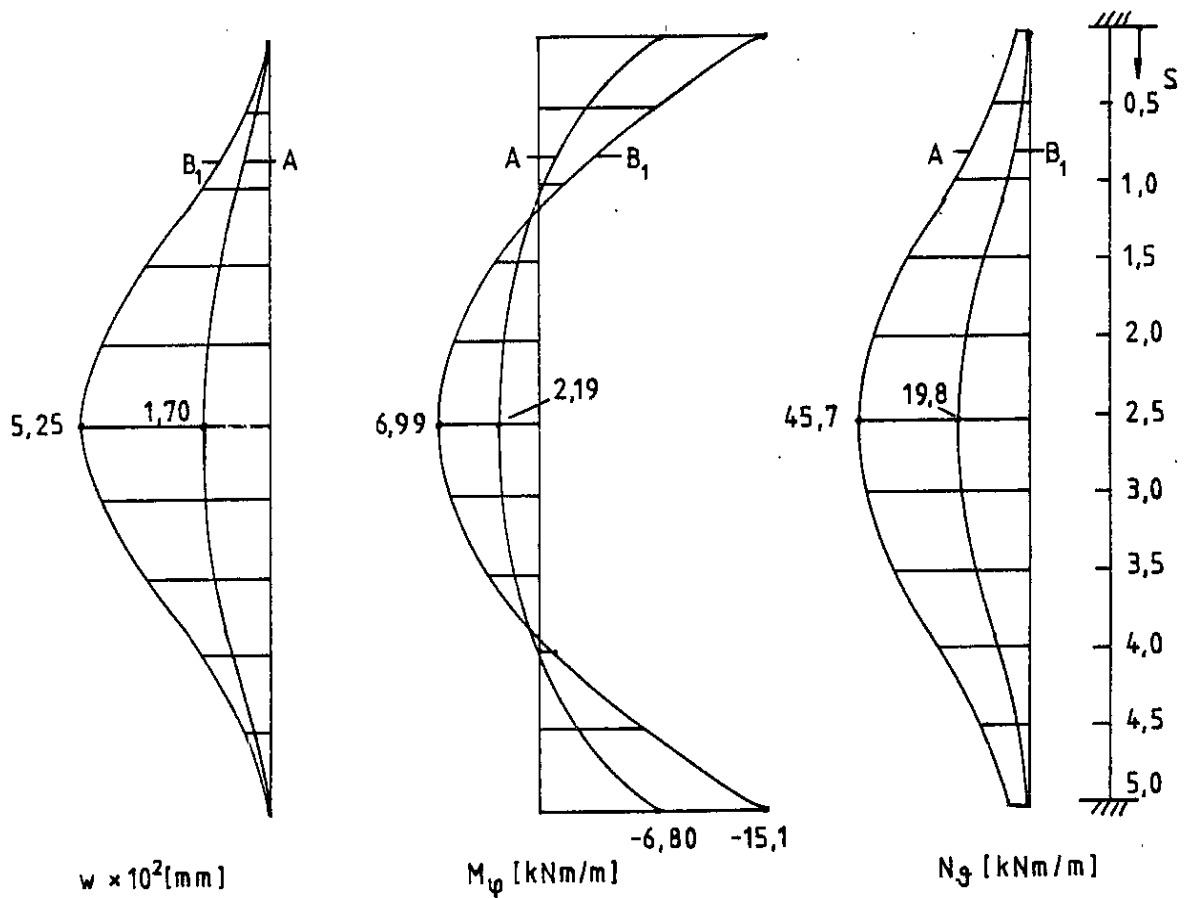


Figur 9

Die Figur 10 zeigt die Unterschiede der verschiedenen Materialgesetze für den Lastfall "statischer Innendruck" mit $p_0 = 10 \text{ kN/m}^2$, aufgebracht auf die geometrische Mittelfläche des Zylinders. Dargestellt sind die Biegelinien, die Biegemomente M_φ und die Normalkräfte N_θ für beide Materialien entlang einer Mantellinie.

Durch die Zugbeanspruchung des Zylinders in Umfangsrichtung und die damit verbundene Reduzierung der Steifigkeit durch das Aufreißen des Betons geschieht die Lastabtragung vornehmlich in Längsrichtung über das Biegemoment

M_φ , bei Verwendung des Materialgesetzes gemäß Abschnitt 2.3.3.3.

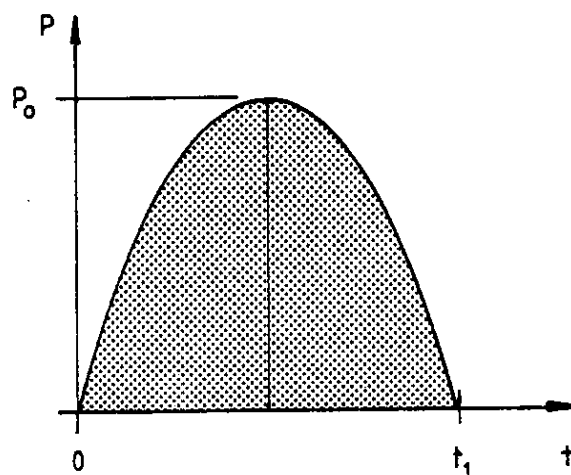


Figur 10

Bei Verwendung dieses Materialgesetzes sind im Bereich negativer Normalkräfte in den Impulsbilanzen (2.99) bis (2.101) anstelle der Beziehung (2.90) die Gleichungen (2.66) und (2.67) einzusetzen, wobei in die dort auftretenden Größen D_i und K_i der entsprechende E-Modul gemäß (2.93) einzusetzen ist, da in den Impulsen und Drehimpulsen Risse im Beton vernachlässigt werden. Von dieser Vernachlässigung wird auch in den folgenden Beispielen Gebrauch gemacht. Die Abbildungen 8 und 9 zeigen exemplarisch, daß der Einfluß negativer Normalkräfte auf

die Momenten-Krümmungsbeziehungen sehr gering ist, so daß auch die Abweichungen von der exakten Lösung gering sind.

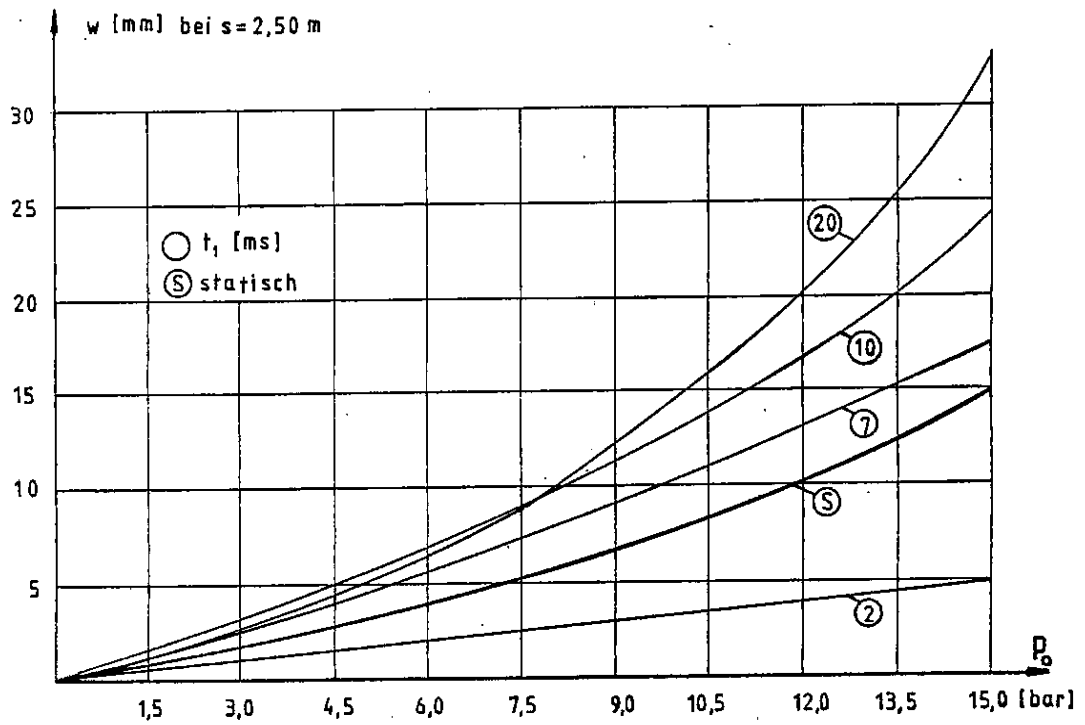
Im folgenden wird der Zylinder nach Figur 9 durch einen zeitlich sinusförmigen Innendruck belastet (Figur 11). Dabei wird sowohl die Einwirkdauer variiert, wobei t_1 die Werte 2, 7, 10 und 20 ms annimmt, als auch die Höhe des maximalen Innendruckes p_0 . Dieser ändert sich von 1,5 auf 15 bar in Schritten von 1,5 bar.



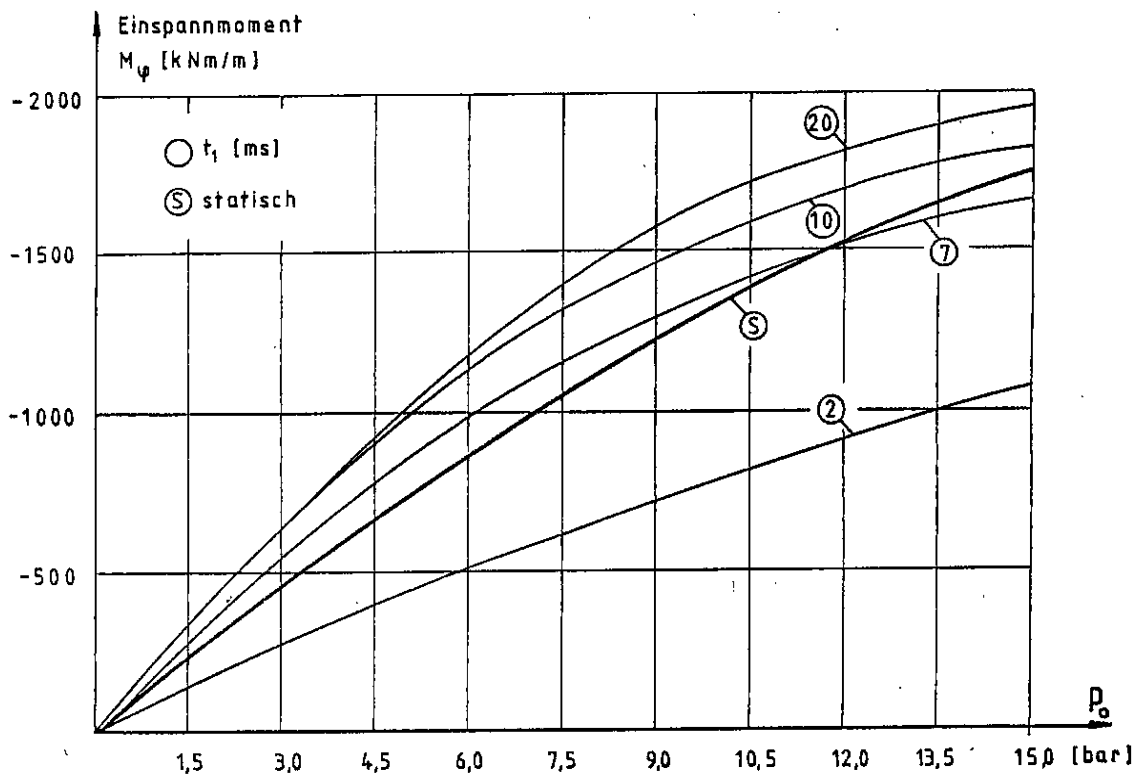
Figur 11

Die Figur 12 zeigt die Verschiebung in radialer Richtung bei $s = 2,5$ m als Funktion des maximalen Innendruckes für die verschiedenen Belastungszeiten. Bei der mit © gekennzeichneten Kurve wurde der Innendruck über die gesamte Rechenzeit konstant gehalten und das System mit $\delta = 350$ gedämpft. Als statische Ruhe wird der Zustand gewählt, bei dem die gesamte kinetische Energie des Systems kleiner als 0,1 % der maximal in der Rechnung auftretenden kinetischen Energie ist.

Die Figur 13 zeigt die gleichen Zusammenhänge wie Figur 12 für das Einspannmoment bei $s = 0,0$ m bzw. $s = 5,0$ m. Der dynamische Lastfaktor DLF beträgt hier maximal 1,35.



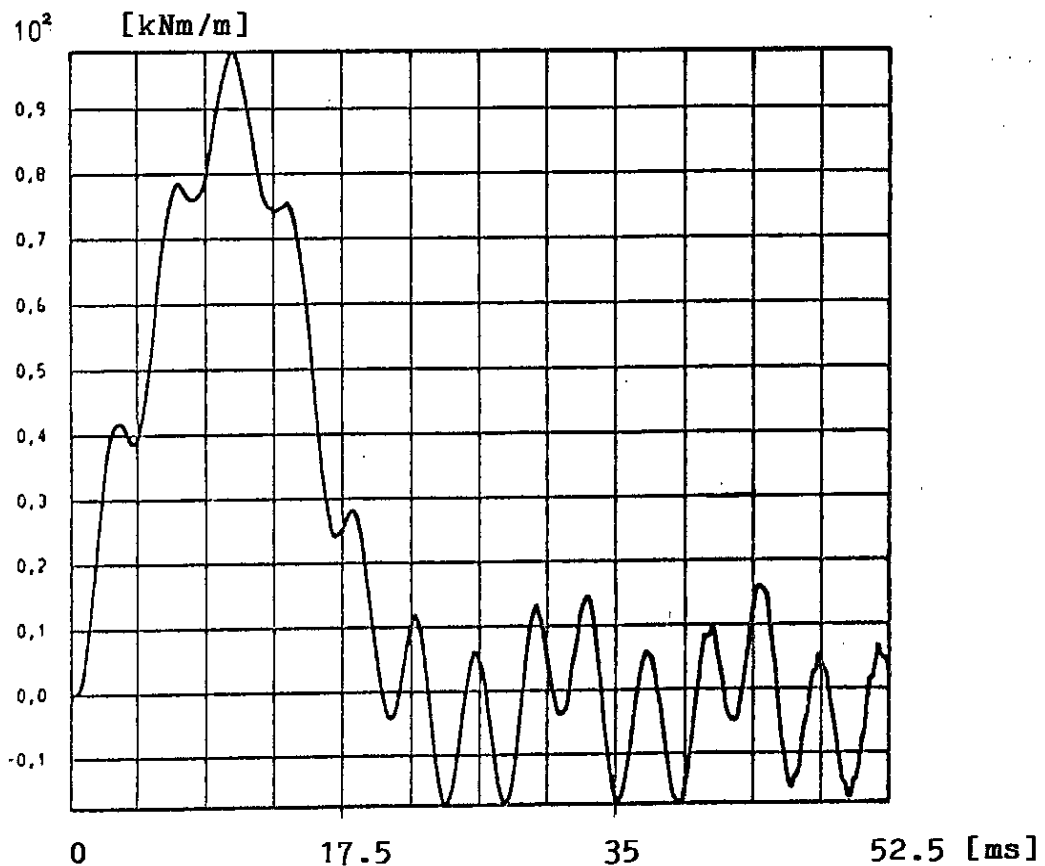
Figur 12



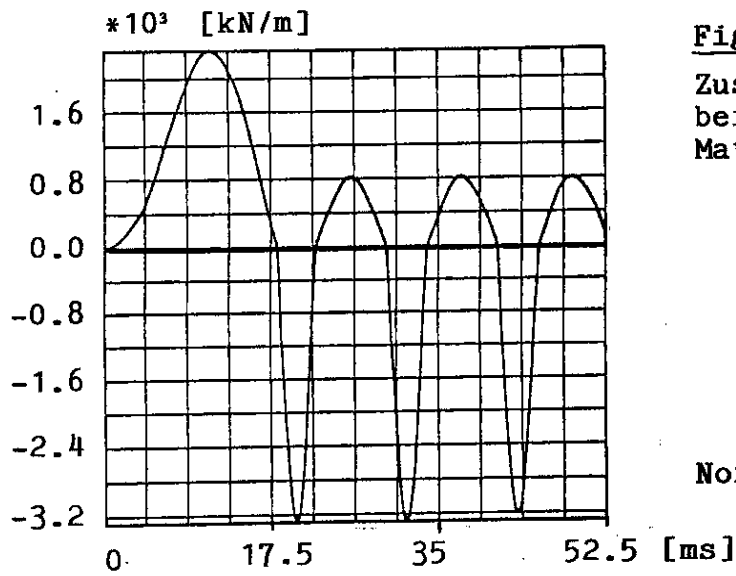
Figur 13

Die Figur 14 bis 16 zeigen einige ausgewählte zeitliche Verläufe von Zustandsgrößen bei $s = 0,3 \text{ m}$, $s = 1,1 \text{ m}$ und in der Zylindermitte bei $s = 2,5 \text{ m}$. Die Größen wurden ermittelt für einen maximalen Innendruck $p_0 = 9 \text{ bar}$ bei einer Einwirkdauer $t_1 = 20 \text{ ms}$.

Deutlich ist der Übergang vom Zug- in den Druckbereich der Normalkraft N_φ zu sehen und die damit verbundene Steifigkeitserhöhung. Hieraus resultiert auch die wesentlich geringere Halbschwingdauer im Druckbereich, gegenüber der Schwingdauer im Zugbereich. Schließlich ist die Nullagenverschiebung für das Biegemoment M_φ und die Verschiebung w zu sehen, in der sich an die Belastung anschließenden Grundschwingung (Figur 15, 16).



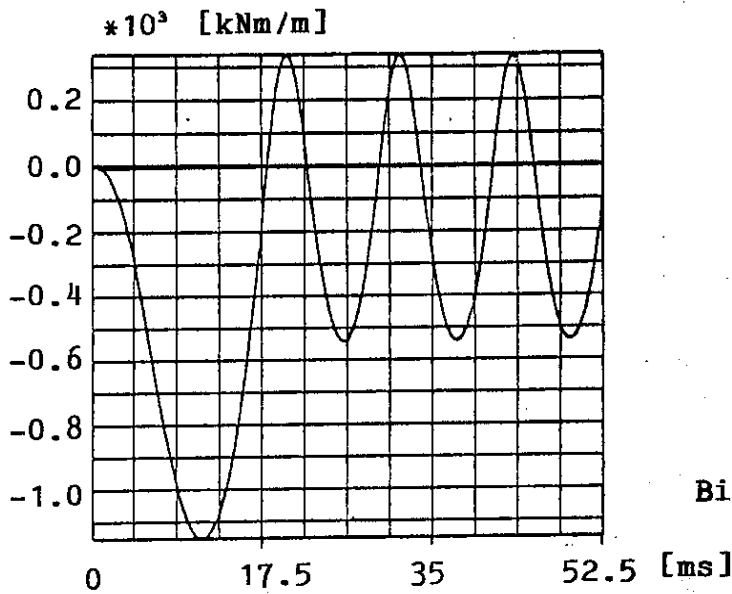
Figur 14 Biegemoment M_φ bei $s = 1.10 \text{ m}$



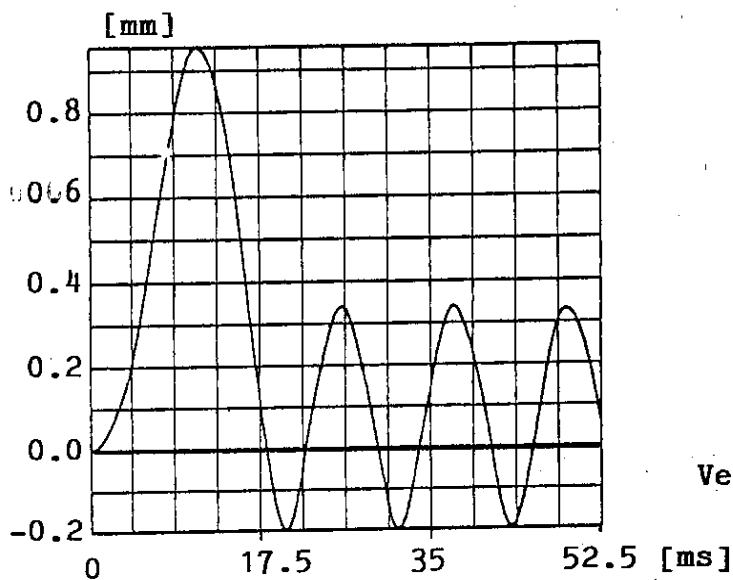
Figur 15

Zustandsgrößen
bei $s = 0.3$ m
Material B₁

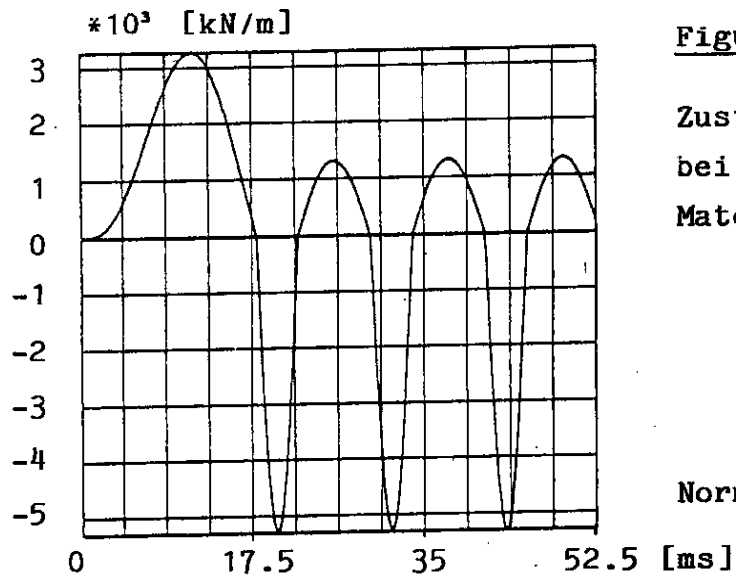
Normalkraft N_0



Biegemoment M_ϕ

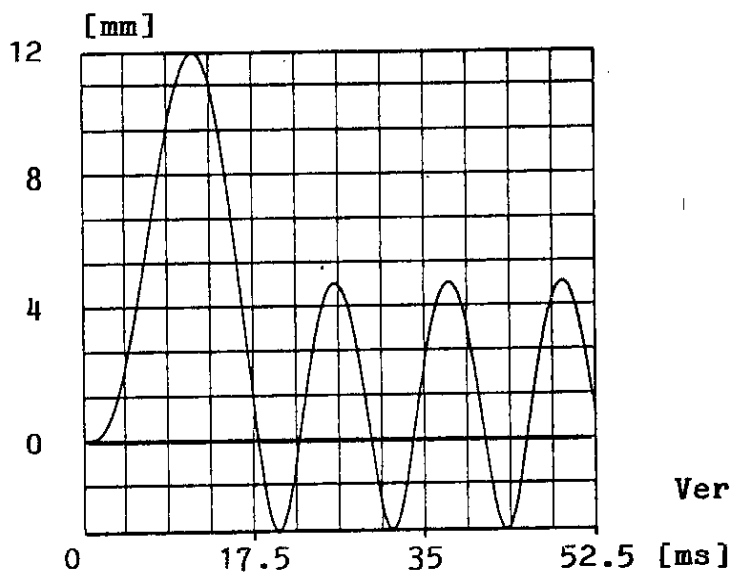
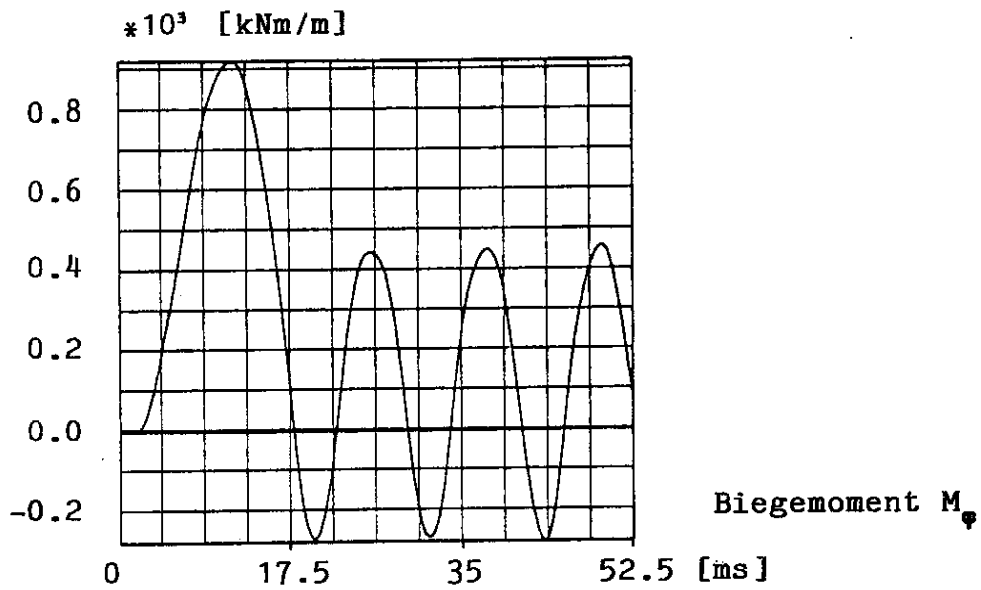


Verschiebung w

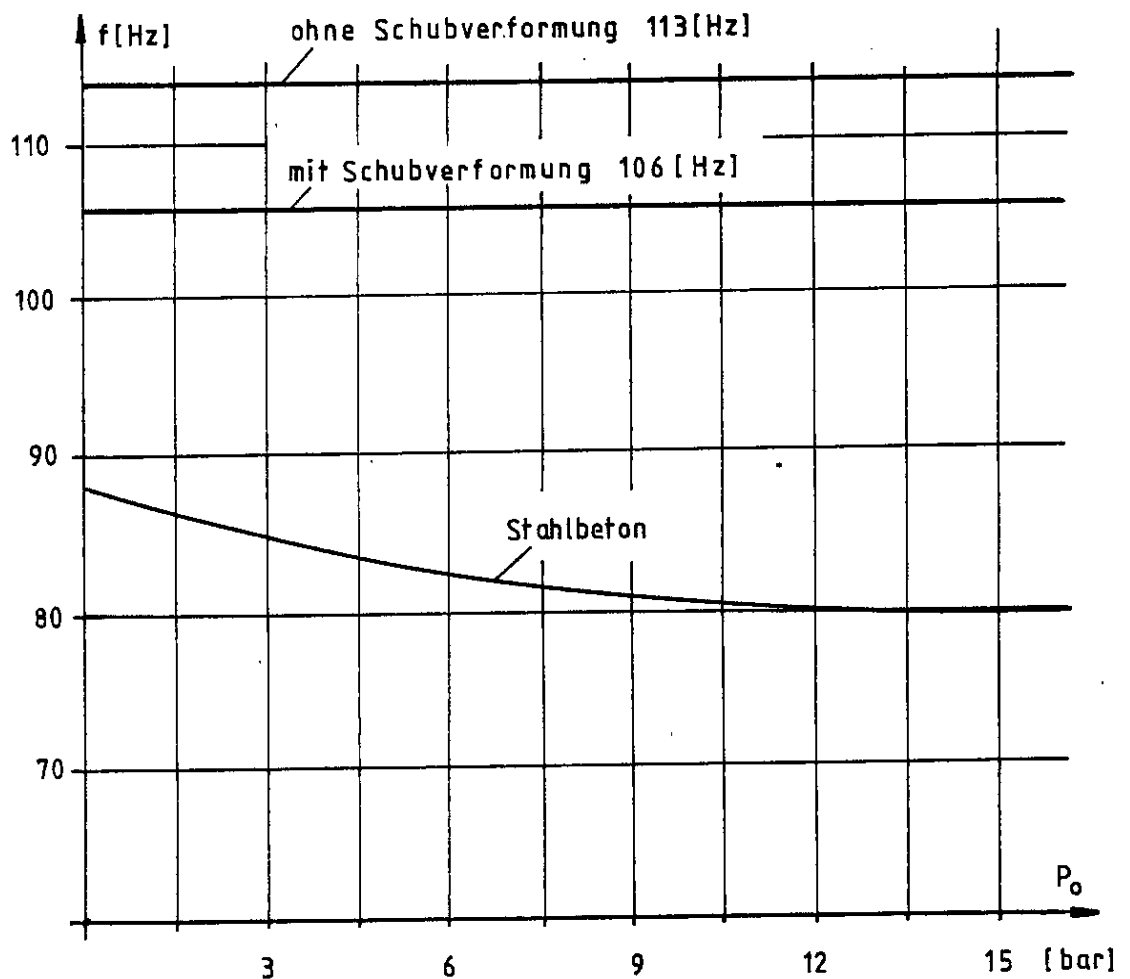


Figur 16

Zustandsgrößen
bei $s = 2.5 \text{ m}$
Material B_1



In Figur 17 sind die "Eigenfrequenzen" des Zylinders aus Figur 9 als Funktion des Innendrucks p_0 bei einer Einwirkdauer $t_1 = 20$ ms aufgetragen. Für den Werkstoff Stahlbeton wird hier mit "Eigenfrequenz" der Kehrwert der Zeit definiert, die die Schale benötigt, um zwei aufeinanderfolgende Halbschwingungen in der Grundschwingungsform auszuführen. Die oberen beiden Geraden zeigen den Einfluß der Schubverformung bei linearelastischem Material mit den Materialkennwerten von Material A aus Beispiel 2. Die untere Kurve zeigt deutlich das Abfallen der "Eigenfrequenz" für den Stahlbetonzylinder mit den Materialdaten B_1 .



Figur 17 "Eigenfrequenzen"

5.5 Beispiel 4: Sinusförmiger Aussendruck

Der Zylinder aus Beispiel 3 wird für linear-elastisches Material mit den Kennwerten des Materials A aus Beispiel 2 einem in Umfangsrichtung sich sinusförmig ändernden Aussendruck gemäß Figur 18 belastet. Die Lastaufbringung erfolgt wiederum gemäß Figur 11, so daß sich folgender Zusammenhang für den Druck als Funktion des Winkel θ und der Zeit t ergibt

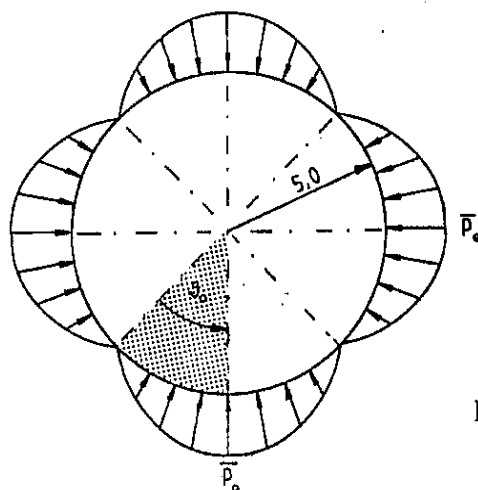
für $t < t_1$,

$$p(\theta, t) = \bar{p}_0 \left| \sin\left(\frac{\theta}{\theta_0} \frac{\pi}{2}\right) \right| \sin\left(\frac{t}{t_1} \pi\right),$$

für $t > t_1$,

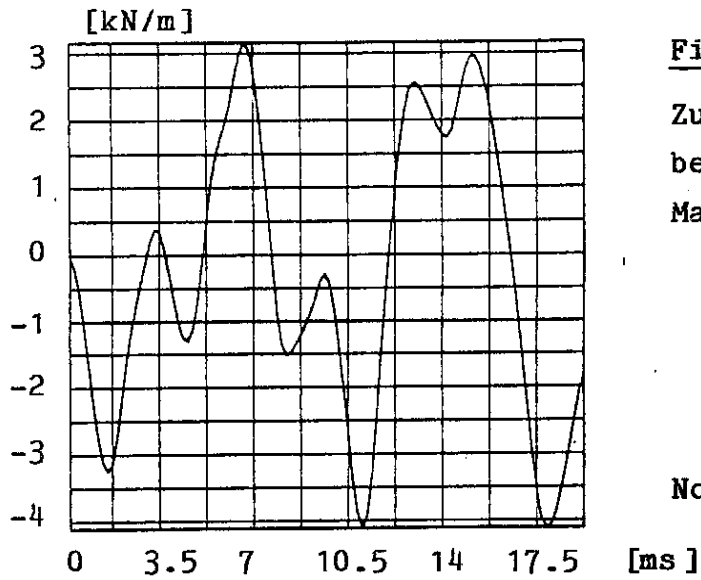
$$p(\theta, t) = 0$$

mit $t = 2 \text{ ms}$ und $\bar{p}_0 = 10 \text{ kN/m}^2$.



Figur 18

Die Figuren 19 und 20 zeigen wiederum zeitliche Verläufe von einigen Zustandsgrößen in der Mitte des Zylinders und in Randnähe bei $s = 0,3 \text{ m}$. Figur 20a zeigt die gleichen Größen wie Figur 20, jedoch für Interpolation in 2. Ordnung. Bei Erreichen des ersten Maximums von M_φ traten hier jedoch Instabilitäten auf.



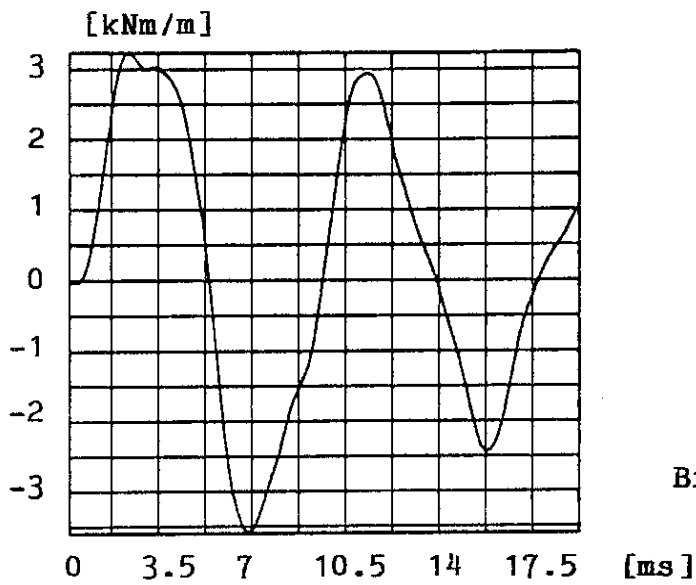
Figur 19

Zustandsgrößen

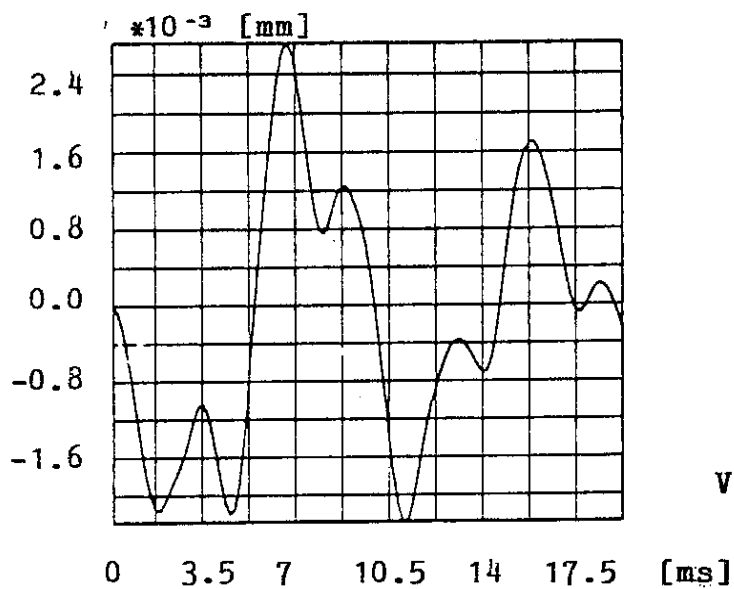
bei $s = 0.3$ m

Material A, $\nu = 0.2$

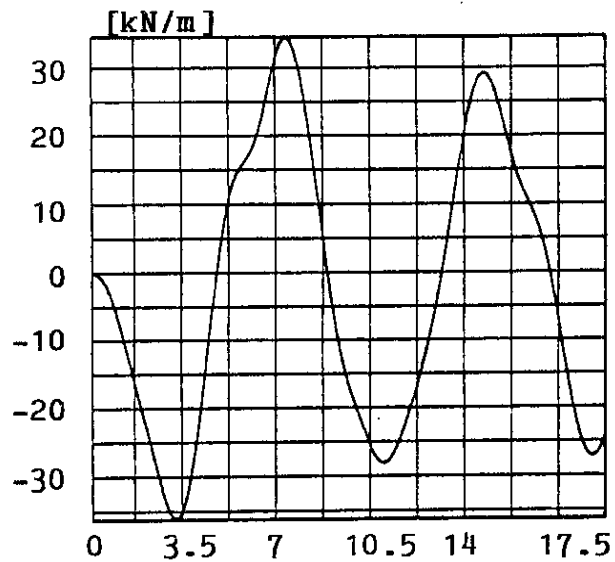
Normalkraft N_0



Biegemoment M_φ



Verschiebung w

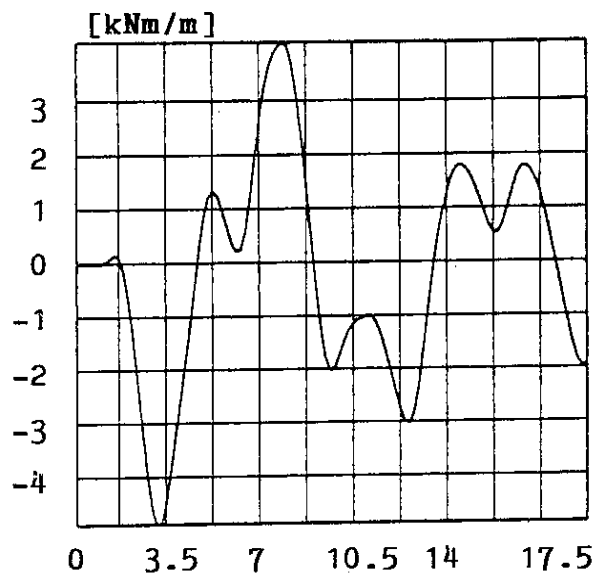


Figur 20

Zustandsgrößen
bei $s = 2.5 \text{ m}$
Material A, $\nu = 0.2$

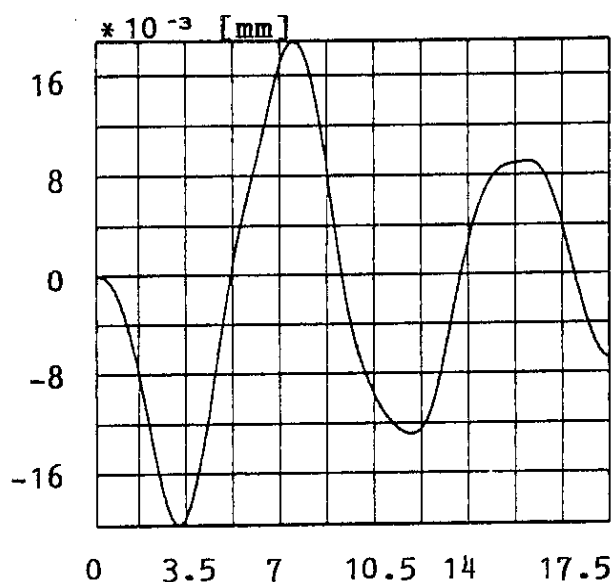
Normalkraft N_0

[ms]



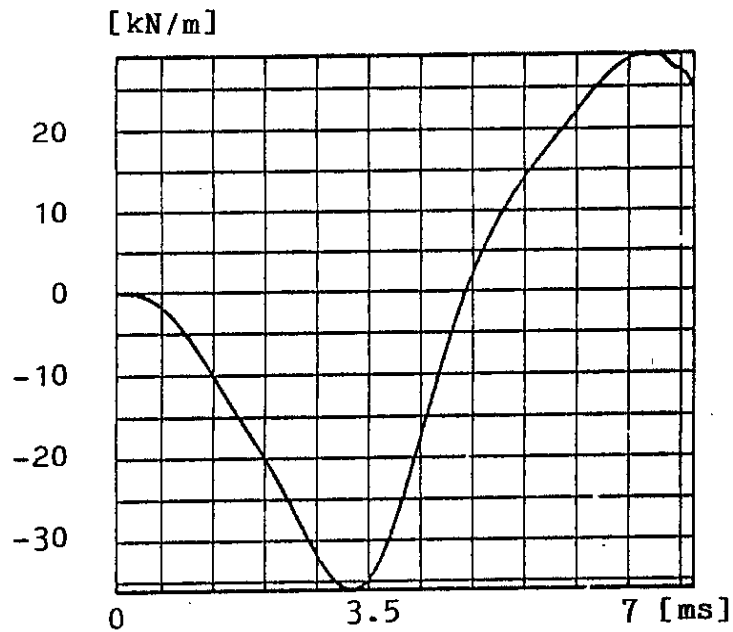
Biegemoment M_φ

[ms]



Verschiebung w

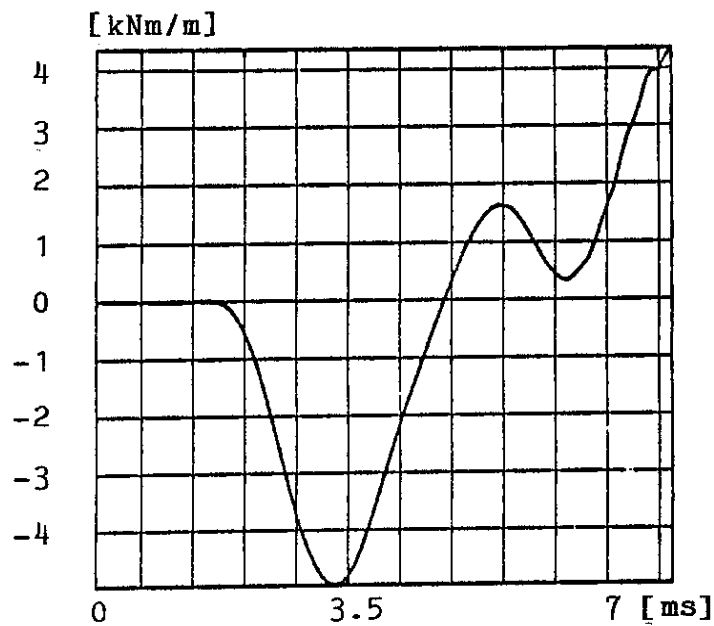
[ms]



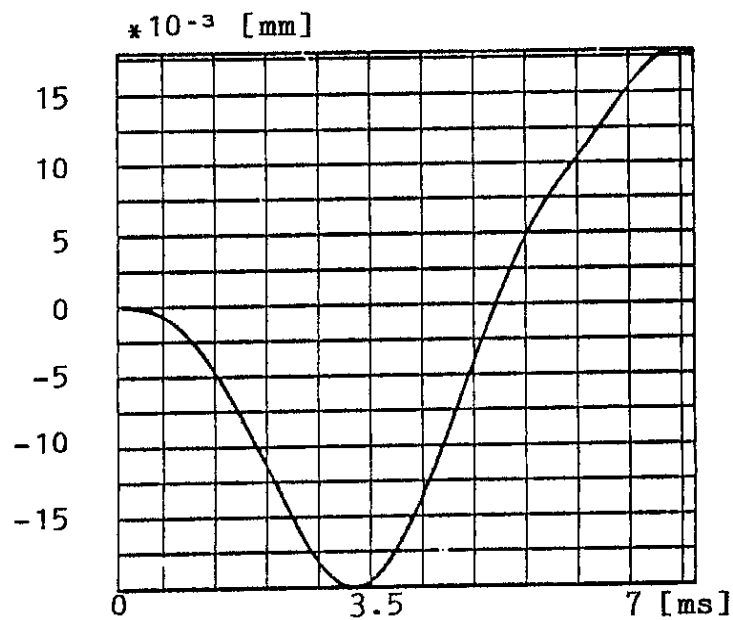
Figur 20a

Zustandsgrößen
bei $s = 2.5$ m
Material A, $\nu = 0.2$
Interpolation
in 2. Ordnung

Normalkraft N_0



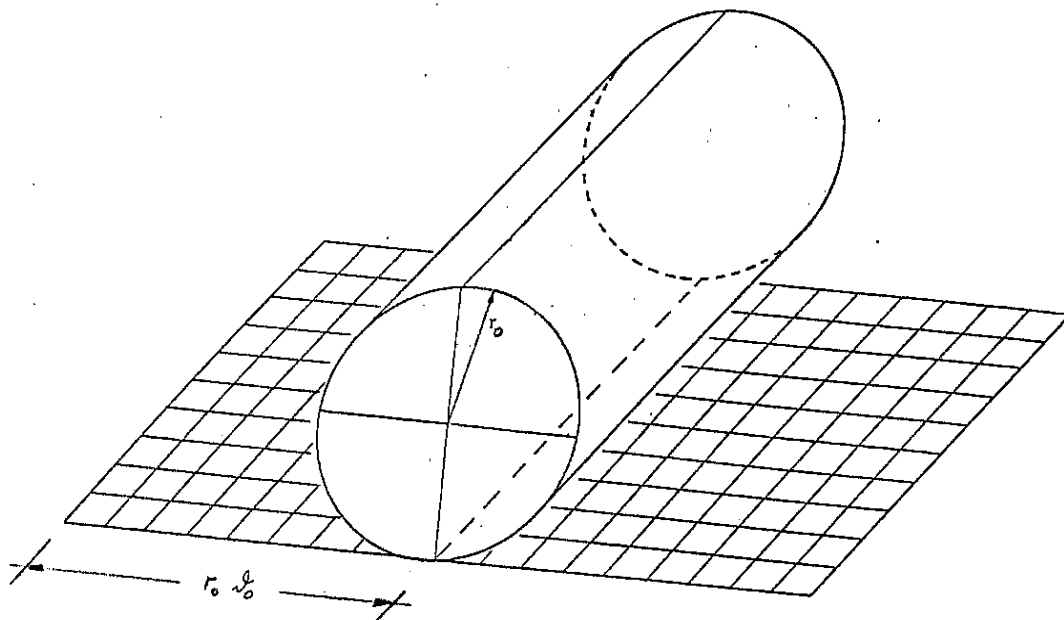
Biegemoment M_φ



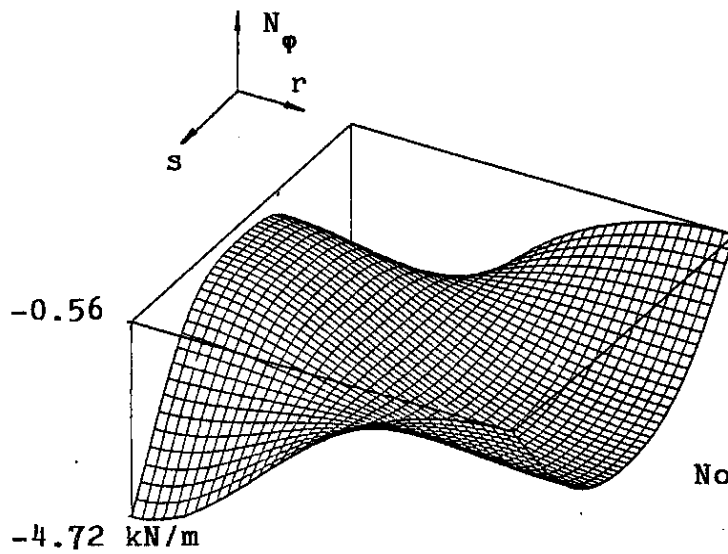
Verschiebung w

Die Figuren 22 bis 24 zeigen einige Zustandsgrößen als Funktion des Ortes zum Zeitpunkt $t = 2 \text{ ms}$. Dargestellt ist die abgewickelte Zylindermittelfläche gemäß Figur 21, wobei der Darstellungsbereich in Umfangsrichtung sich auf Grund der Symmetrien auf den Kreisbogenabschnitt von $\vartheta = 0$ bis $\vartheta = \vartheta_0$ aus Figur 18 beschränkt. Die Interpolationen wurden in 2. Ordnung durchgeführt.

Die Berechnungen wurden mit beiden Interpolationsverfahren durchgeführt. Die Unterschiede in den Extrema der Biegemomente lagen unter 4 %; in den Querkräften Q_φ und Q_ϑ betrugen die Unterschiede jedoch bis zu 22 % der Extremwerte, wobei die 2. Ordnung die niedrigeren Werte lieferte.



Figur 21 Zylinderabwicklung



Figur 22

Schnittgrößen

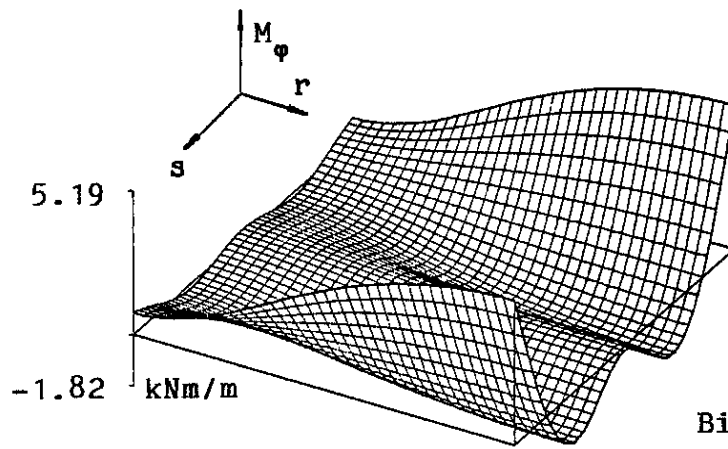
Material A, $\nu=0.2$

Interpolation in

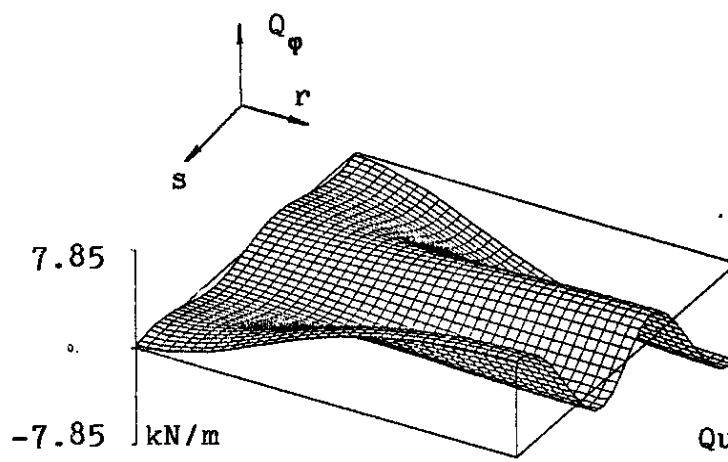
2. Ordnung

$t = 2.0$ ms

Normalkraft N_φ



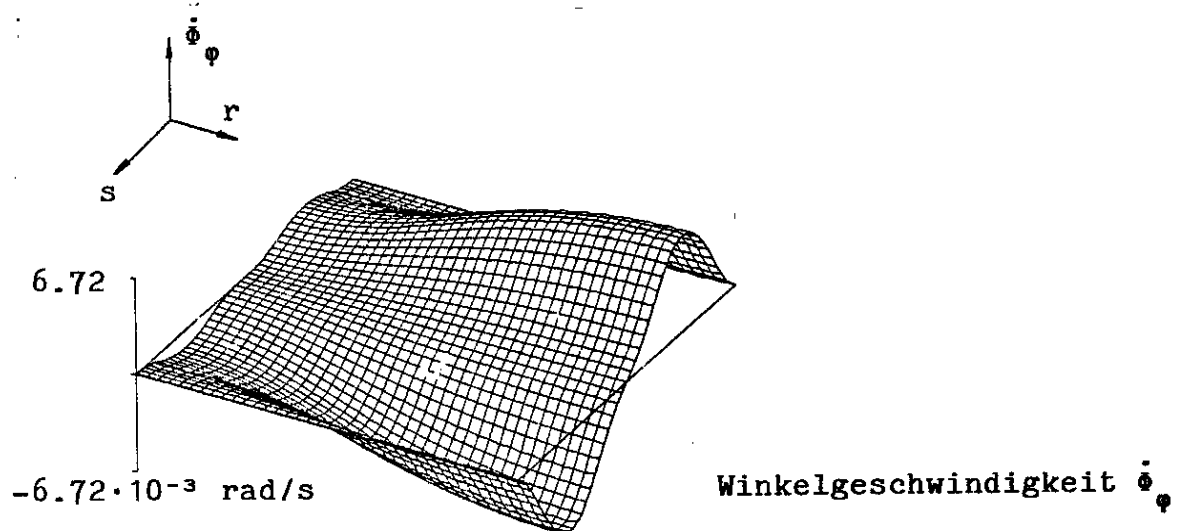
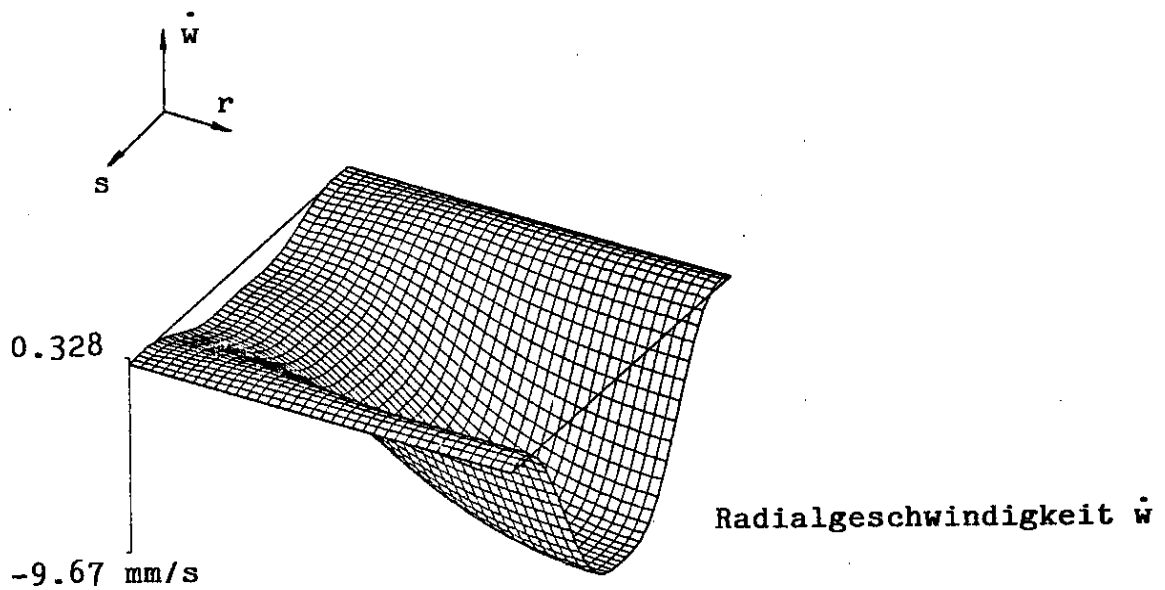
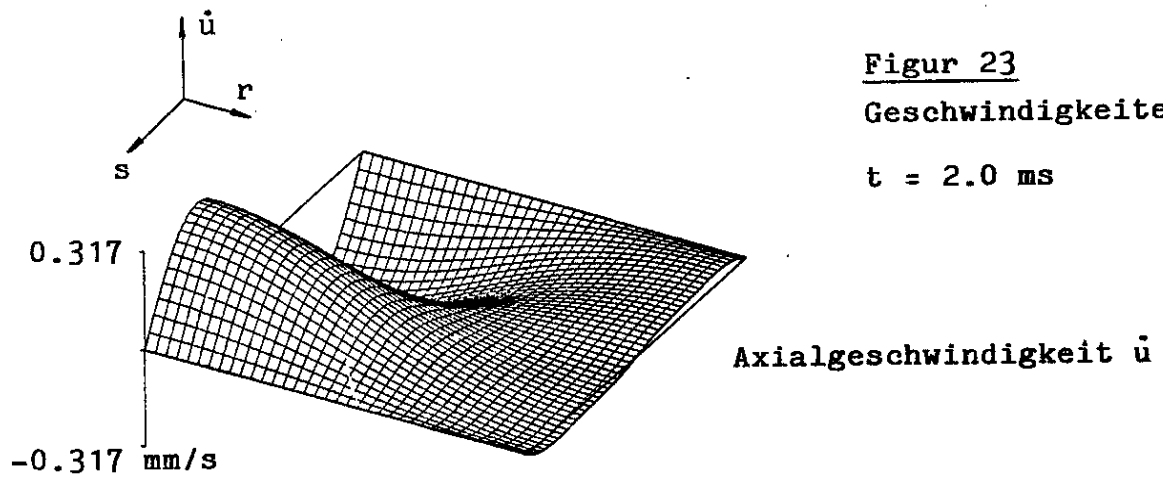
Biegemoment M_φ



Querkraft Q_φ

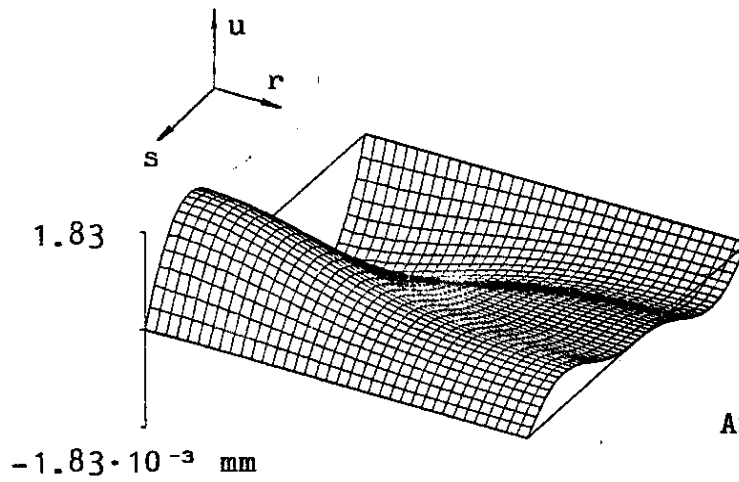
Figur 23
Geschwindigkeiten

$t = 2.0 \text{ ms}$

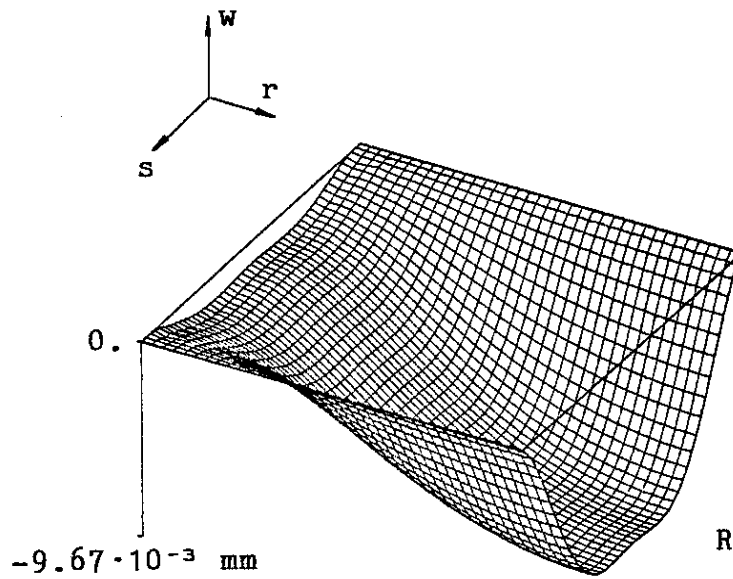


Figur 24
Verschiebungen

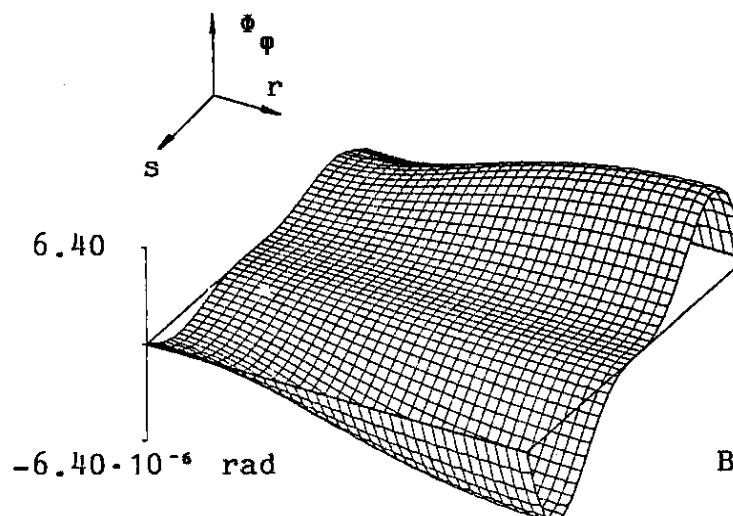
$t = 2.0 \text{ ms}$



Axialverschiebung u



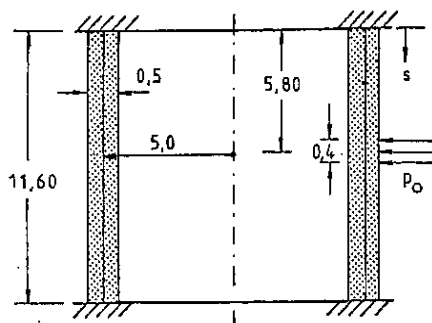
Radialverschiebung w



Biegewinkel ϕ

5.6 Beispiel 5: Lokale, transiente Belastung

Der oben und unten starr eingespannte Zylinder gemäß Figur 25 wird in diesem Beispiel einer lokalen, transienten Belastung von $p_0 = 10,95$ bar (11,5 bar, bezogen auf die Mittelfläche) ausgesetzt, wobei der zeitliche Verlauf wiederum aus Figur 11, Beispiel 3 zu ersehen ist. Die Einwirkdauer t_1 beträgt 2 ms.



Figur 25

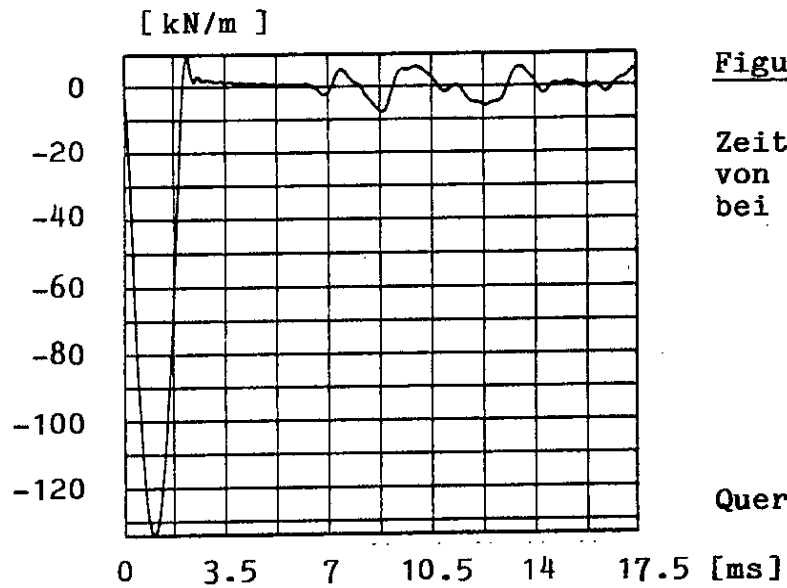
Als Materialdaten werden die Werkstoffgrößen von Material A für linear-elastisches, homogenes Material, und von Material B mit einem Bewehrungsgehalt in allen Lagen von $\mu = 0,01$ für den Stahlbeton, als Material B₁ bezeichnet, verwendet. Die Lasteinleitungsfläche ist kreisförmig mit einem Radius $r = 0,2$ m.

Die Figuren 26 und 27 zeigen den zeitlichen Verlauf einiger Zustandsgrößen für Material A bei Interpolation in 1. Ordnung.

Aus Tabelle I lassen sich die Unterschiede der Extrema wesentlicher Zustandsgrößen für Material A und B₁ entnehmen.

Tabelle I

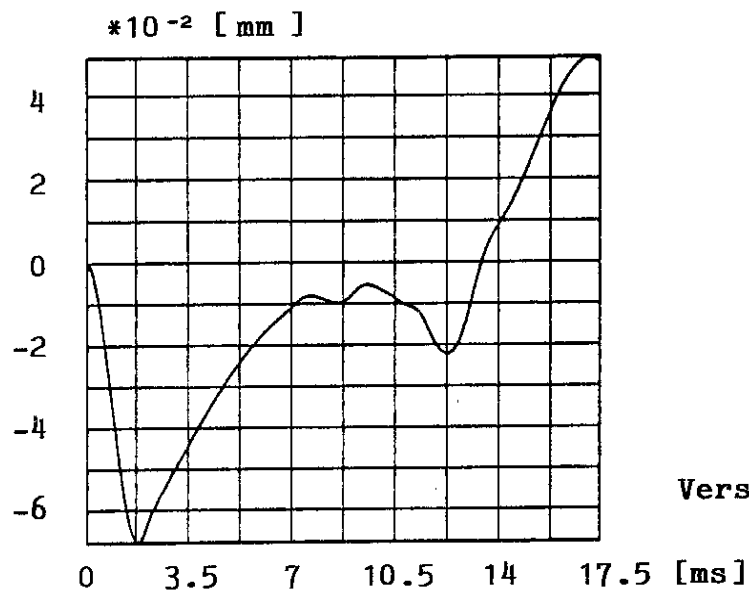
s	Mat.	M_φ	M_θ	N_φ	N_θ	Q_φ	Φ_φ
m		kNm/m	kNm/m	kN/m	kN/m	kN/m	rad
5,50	A	-19,5	-23,5	-31,6	-69,2	-134	$2,03 \cdot 10^{-5}$
	B ₁	-15,5	-19,8	-29,4	-68,4	-132	$2,18 \cdot 10^{-5}$
5,80	A	-33,8	-29,6	-35,8	-83,8	0	0
	B ₁	-27,4	-22,7	-33,2	-80,7	0	0



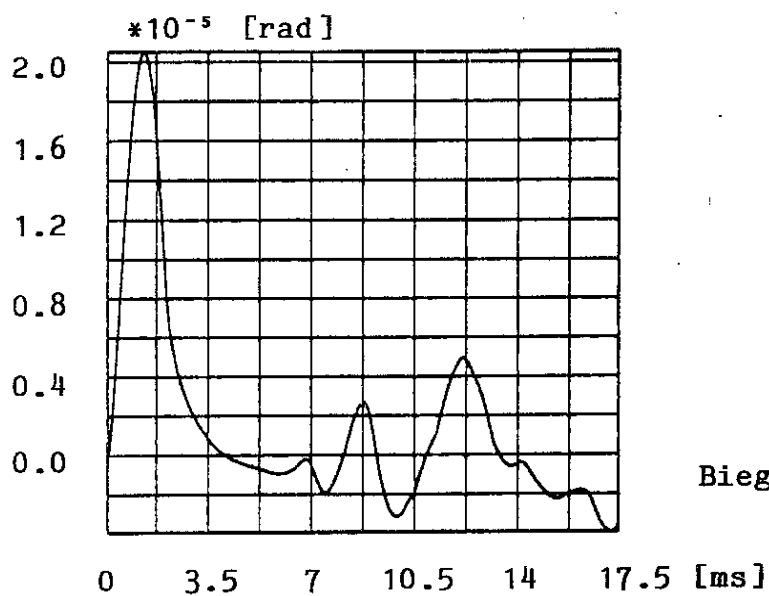
Figur 26

Zeitlicher Verlauf
von Zustandsgrößen
bei $s = 5,50$ m

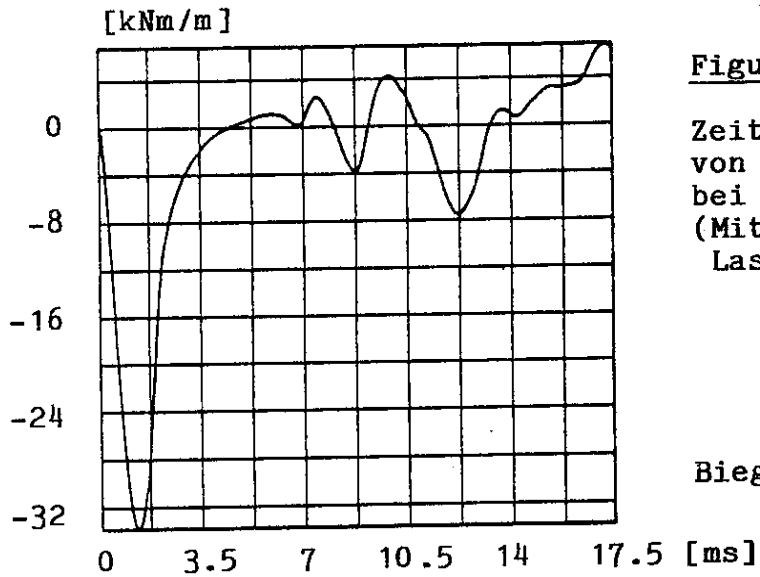
Querkraft Q_ϕ



Verschiebung w



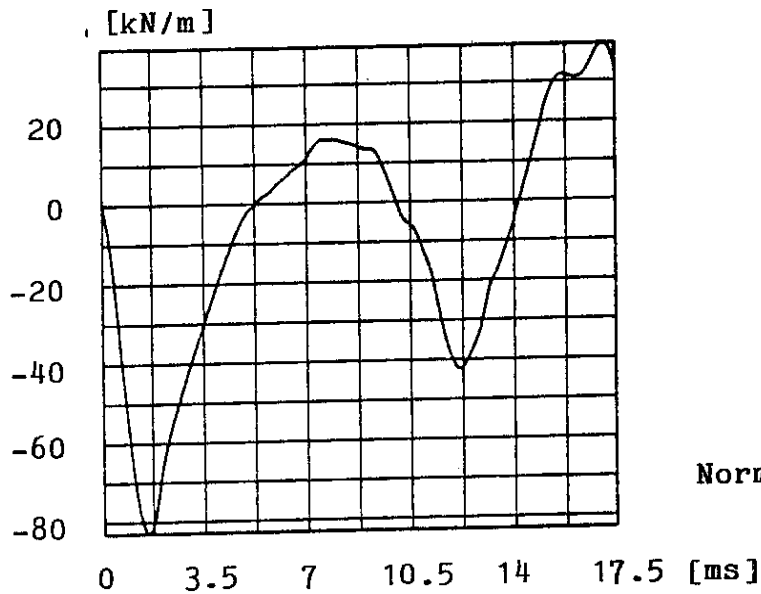
Biegewinkel ϕ_ϕ



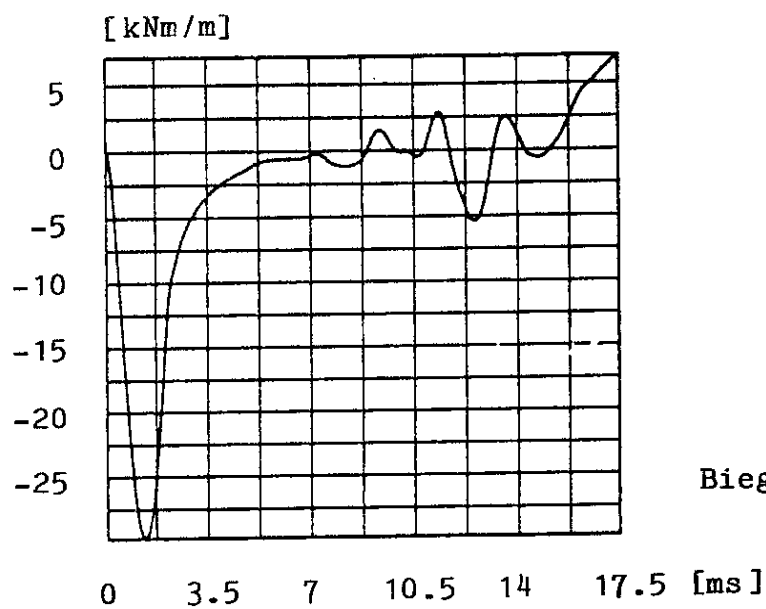
Figur 27

Zeitlicher Verlauf
von Zustandsgrößen
bei $s = 5.80$ m
(Mittelpunkt der
Lasteinleitung)

Biegemoment M_{φ}



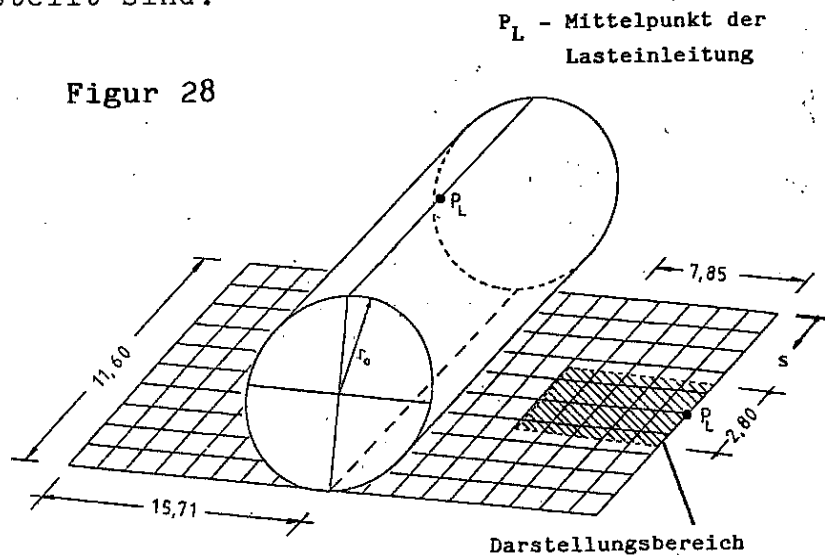
Normalkraft N_{θ}



Biegemoment M_{θ}

Die Figur 28 zeigt den Darstellungsbereich der nachfolgenden Abbildungen in den Figuren 28a bis 28c, 29, 30. Dort sind die Geschwindigkeitsfelder in radialer Richtung für verschiedene Zeitpunkte dargestellt, einmal in axonometrischer Darstellung, zum anderen als Linien gleicher Geschwindigkeit. Der Abstand der Isolinien beträgt jeweils $\Delta \dot{w} \approx 4,7 \text{ mm/s}$, wobei zusätzlich die Linien $\dot{w} = 0$ dargestellt sind.

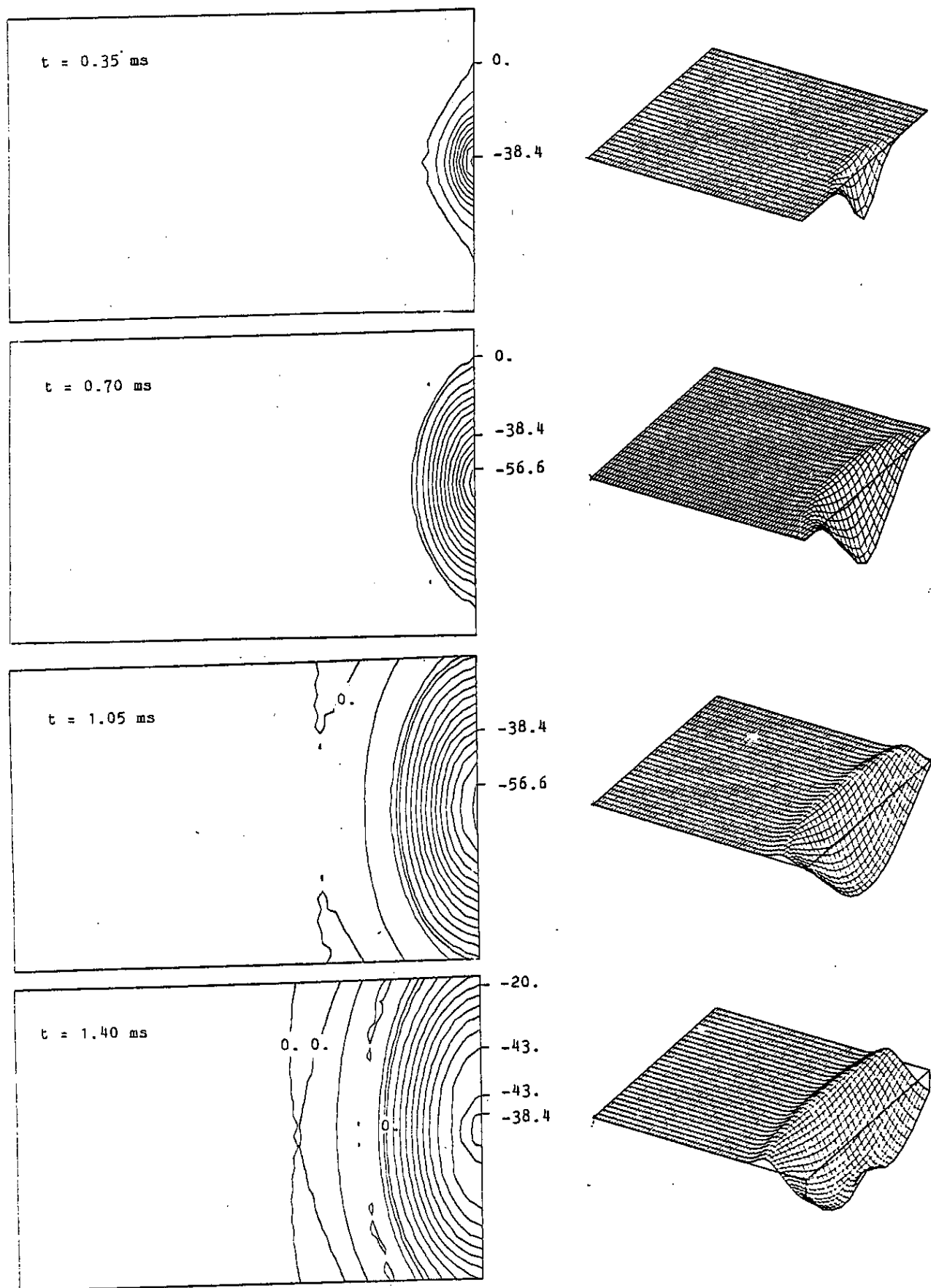
Figur 28



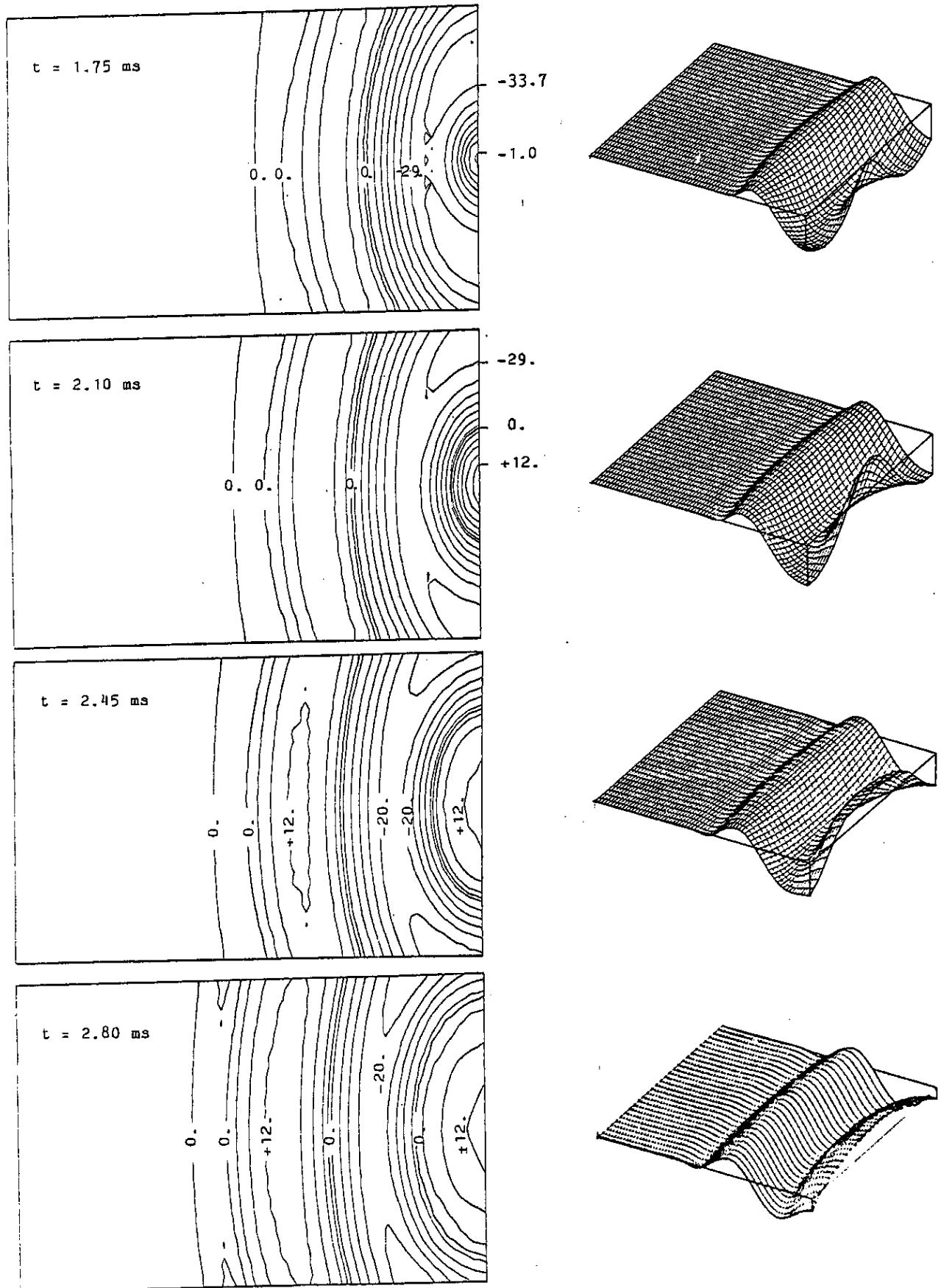
Aus diesen Bildern läßt sich auch die Größenordnung der auftretenden Beschleunigungen entnehmen. So beträgt die mittlere Beschleunigung zwischen $t = 0$ und $t = 0,35 \text{ ms}$ für einen Punkt im Lasteinleitungsbereich ca. $11g$. Die Bilder zeigen deutlich die Ausbreitung der Geschwindigkeitswelle.

Die Figur 29 zeigt für den gleichen Darstellungsbereich die Verschiebungsfelder in radialer Richtung zu ausgewählten Zeitpunkten. Für den Punkt bei $s = 5,50 \text{ m}$ auf dem Meridian durch den Mittelpunkt der Lasteinleitung ist der gesamte zeitliche Verlauf auf dem mittleren Bild in Figur 26 dargestellt.

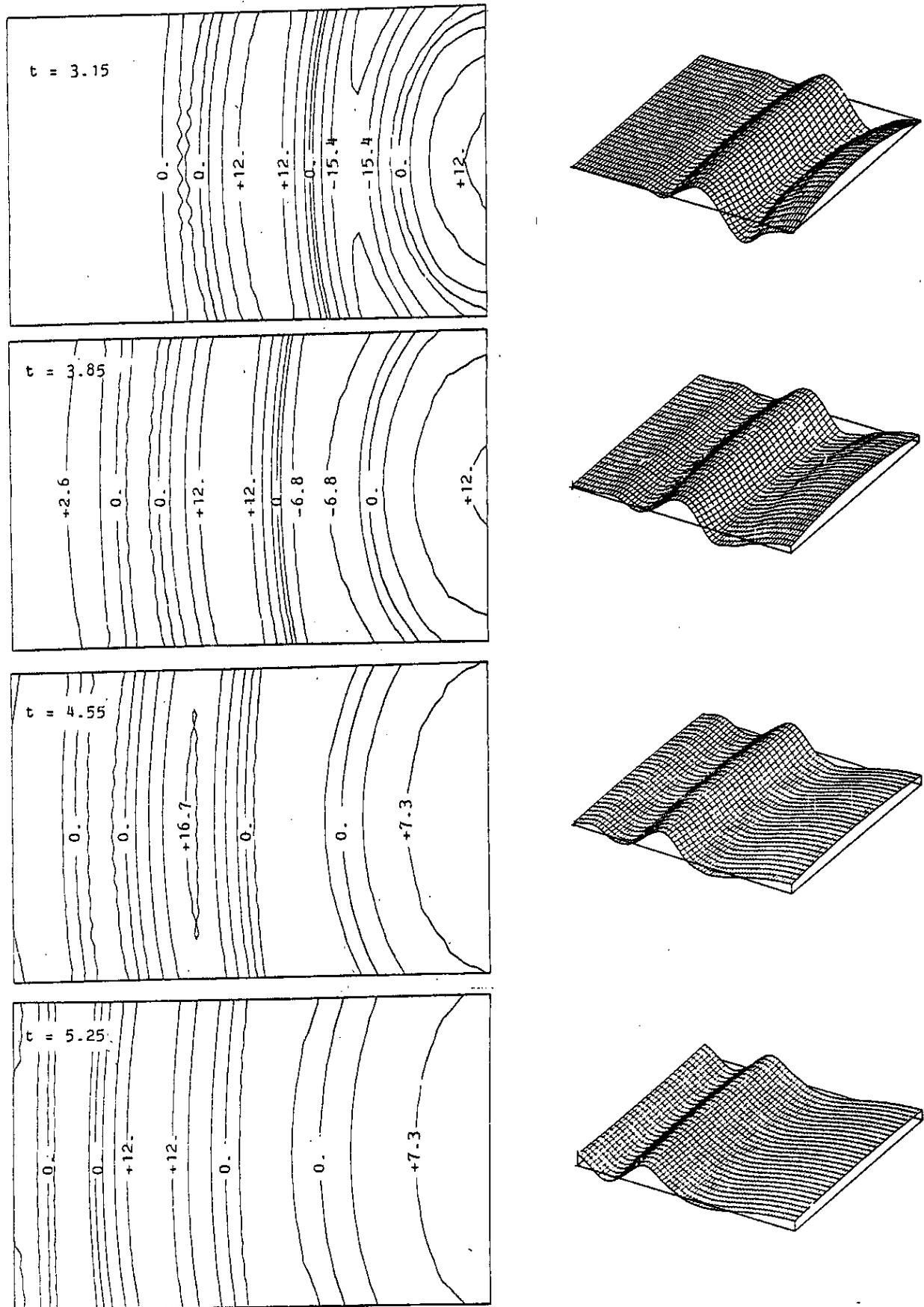
Die Figur 30 zeigt die Ausbreitung der Biegemomentenwelle M_φ , wobei auch hier der gesamte zeitliche Verlauf für den Mittelpunkt der Lasteinleitung auf dem oberen Bild in Figur 27 dargestellt ist.



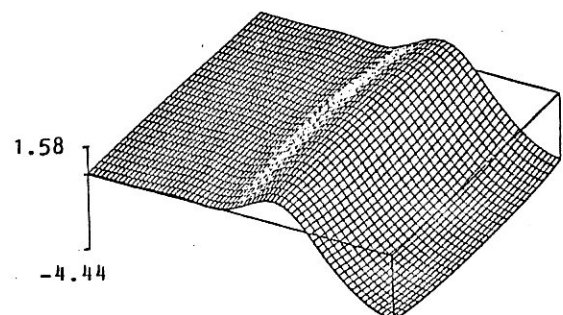
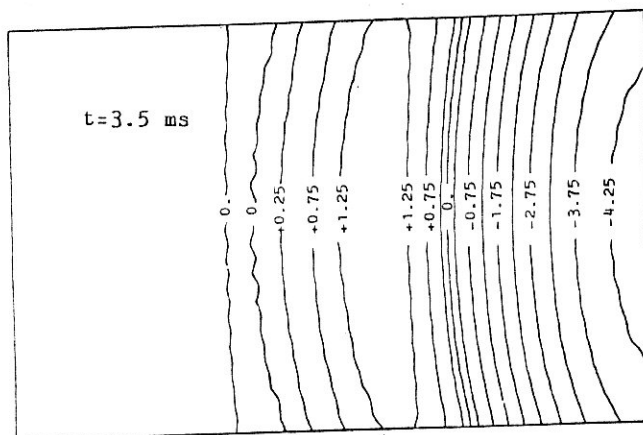
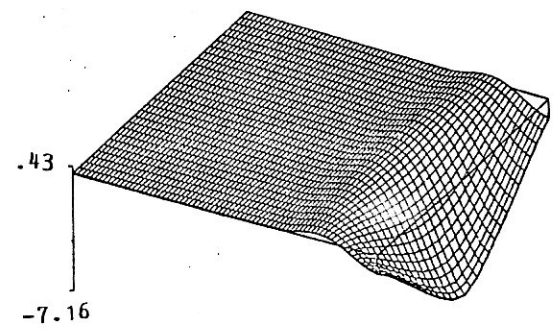
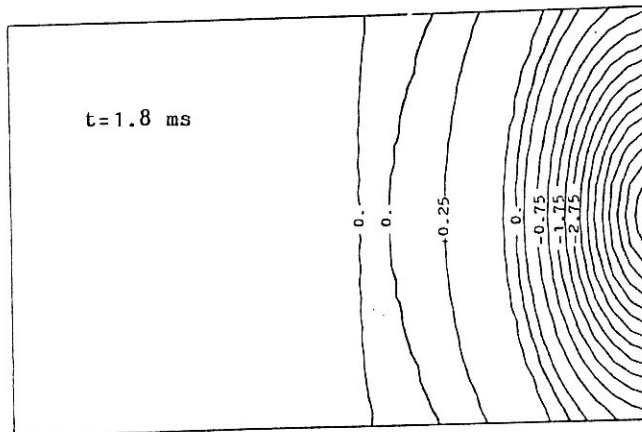
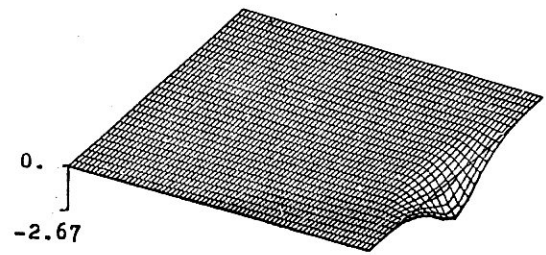
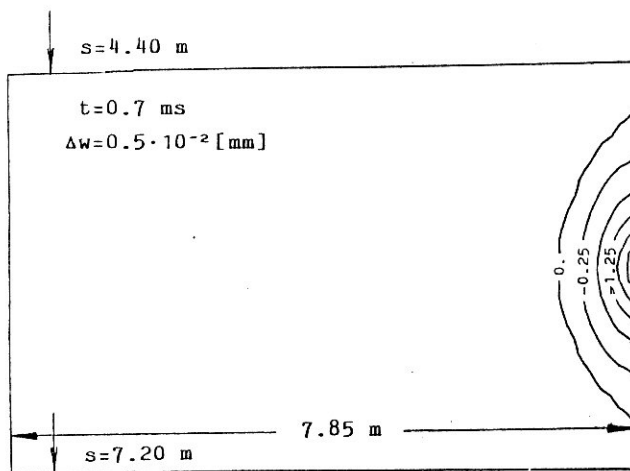
Figur 28a : Geschwindigkeit $\dot{w}$ [mm/s]



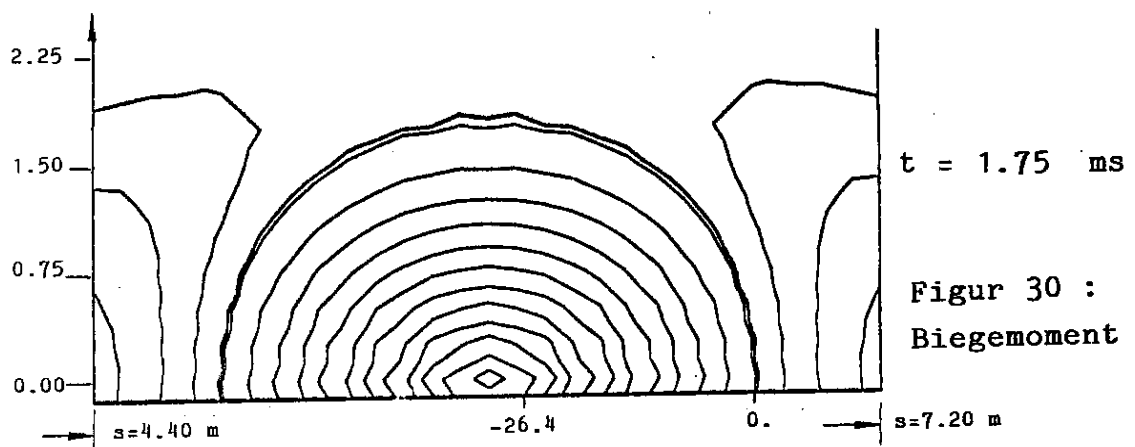
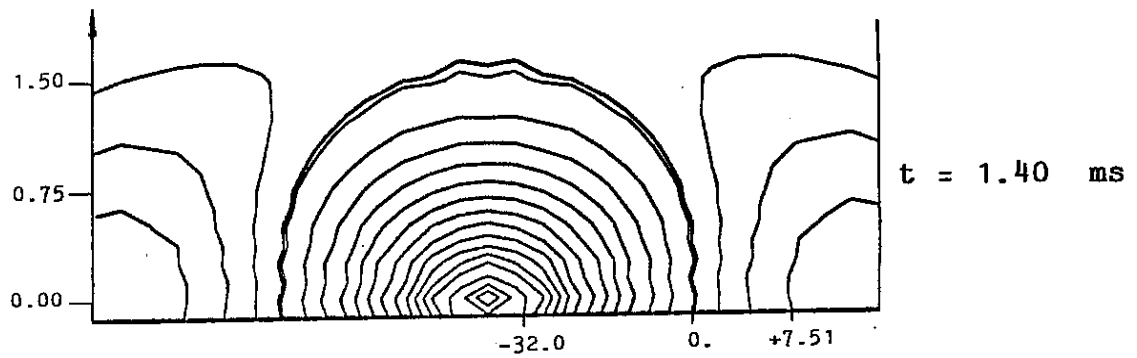
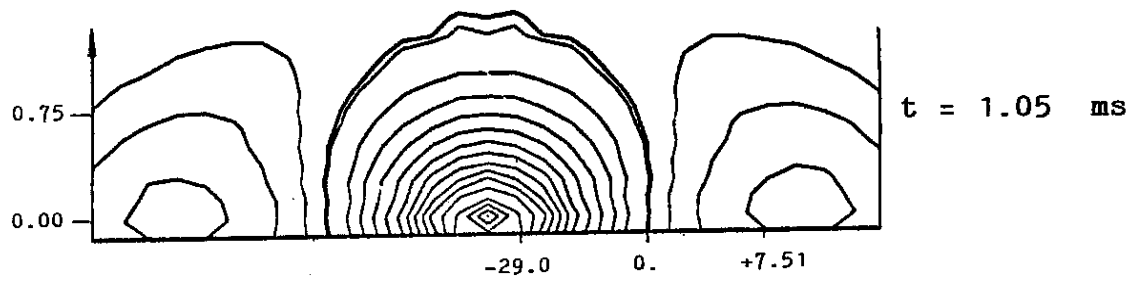
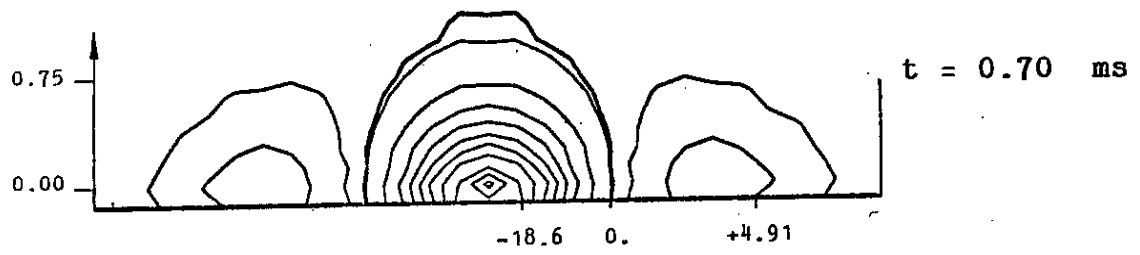
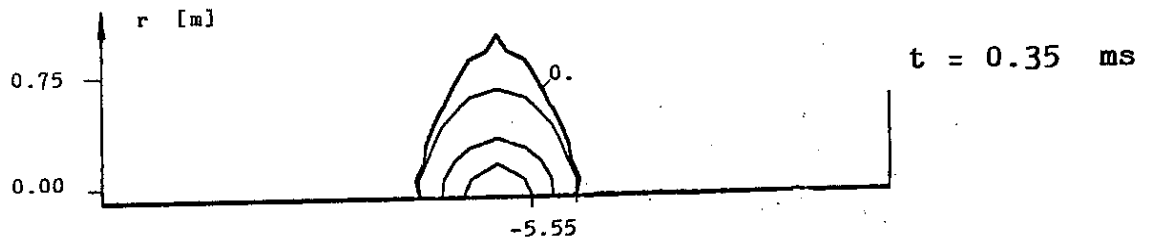
Figur 28b : Geschwindigkeit $\dot{w}$ [mm/s]



Figur 28c : Geschwindigkeit $\dot{w}$ [mm/s]



Figur 29 : Verschiebung $w \cdot 10^2 \text{ mm}$



Figur 30 :
Biegemoment M_ϕ

6. Zusammenfassung

In der vorliegenden Arbeit wird ein numerisches Verfahren zur statischen und dynamischen Berechnung von Rotationschalen dargestellt.

Für die physikalischen Nichtlinearitäten des Werkstoffes Stahlbeton wird eine analytische Lösung der Momenten-Krümmungsbeziehung unter Berücksichtigung der Normalkrafteinflüsse hergeleitet. Die Bewegungsgleichungen der Schale werden nach der Wahl eines Verschiebungsansatzes, der auch die Berücksichtigung der Rotationsträgheit und der transversalen Schubverformung ermöglicht, hergeleitet. Anschließend wird das Gleichungssystem, bestehend aus 15 linearen, bzw. quasilinearen, partiellen Differentialgleichungen 2. Ordnung, für eine numerische Lösung mittels eines Differenzenverfahrens aufbereitet, wobei zwei verschiedene Verfahren der numerischen Differentiation und Interpolation zur Anwendung kommen. So wird zum ersten Mal ein Verfahren der Approximation und Differentiation nach der GAUSSschen Fehlerquadratmethode für ein Polynom 2. Ordnung in zwei unabhängigen Variablen auf das Verfahren der "Dynamischen Relaxation" angewandt.

In einigen Beispielen wird die Leistungsfähigkeit des Verfahrens demonstriert, wobei insbesondere die sogenannten Katastrophenbelastungen, wie z.B. Explosionen, Erdbeben oder auch der Aufprall von Fahrzeugen und Flugzeugen Berücksichtigung finden.

Der sinnvolle Anwendungsbereich des Verfahrens liegt für Schalen bei einem Verhältnis Radius zu Schalendicke von etwa 5 bis 20. Für dünnere Schalen genügen einfachere Ansätze, für dickere sind noch aufwendigere Ansätze, wie sie etwa in / 23 / und / 34 / vorgeschlagen werden, oder schließlich eine Betrachtung als dreidimensionales Kontinuum erforderlich.

LITERATURVERZEICHNIS:

- / 1 / J.D. ACHENBACH,
Wave Propagation in Elastic Solids,
North Holland Publishing, Co., 1973

- / 2 / J. BALLMANN,
Ausbreitung mechanischer Wellen,
Vorlesungsskript, RWTH Aachen, 1982

- / 3 / S. BOSNIAKOWSKI,
Berechnung von Rotationsschalen unter beliebiger
Belastung,
RWTH Aachen, 1977

- / 4 / J.S. BREW, D.M. BROTTON,
Non-linear Structural Analysis by Dynamic
Relaxation,
Int. J. Num. Meth. Eng., Vol. 3, 463 - 483, 1971

- / 5 / I.N. BRONSTEIN, K.A. SEMENDJAJEW,
Taschenbuch der Mathematik,
Teubner-Verlag, Leipzig, 20. Aufl., 1981

- / 6 / K.A. BUSCH, H. KAPPAUF, H.W. KLEIN u.a.,
Die Erdbebenertüchtigung der Komponenten des
Wärmeübertragungssystems, KfK Nachrichten
3/4, 34 - 35, Karlsruhe, 1977

- / 7 / A.C. CASSELL, P.J. KINSEY, D.J. SEFTON,
Cylindrical Shell Analysis by Dynamic
Relaxation,
Proc. Inst. Civ. Engrs., 39, 75 - 84, 1968

- / 8 / P.C. CHOU,
Dynamic Response of Materials to Intense Impul-
sive Loading, Air Force Materials Laboratory,
Wright Patterson AFB, Ohio, 1972

- / 9 / CHIA CHUEN-YUAN,
Nonlinear Analysis of Plates,
Mc Graw-Hill, Inc., 1980

- / 10 / R. COURANT, K. FRIEDRICHS, H. LEWY,
Über die partiellen Differenzengleichungen der
mathematischen Physik,
Math. Annalen, Springer-Verlag, Berlin, Bd. 100,
32 - 74, 1928

- / 11 / R. COURANT, D. HILBERT,
Methoden der Mathematischen Physik II, 2. Aufl.,
Springer-Verlag, Berlin, 1968

- / 12 / A.S. DAY,
An Introduction to Dynamic Relaxation,
The Engineer, Vol 219, 218 - 221, 1965

- / 13 / W. FLÜGGE,
Stresses in Shells,
Springer-Verlag, New York, 2nd. ed., 1973

- / 14 / K. GIRKMANN,
Flächentragwerke,
Springer-Verlag, Wien, 6. Aufl., Reprint 1974

- / 15 / A.E. GREEN, W. ZERNA,
Theoretical Elasticity,
Clarendon Press, Oxford, 2nd. ed., 1968

- / 16 / C. HEINZ,
Theoretische Gasdynamik I,
Vorlesungsskript, RWTH Aachen, 1981

- / 17 / C. HEINZ,
Das Prinzip von d'Alembert für polare Kontinua,
Neue Wege in der Mechanik, 19 - 25, VDI-Verlag,
1981

- / 18 / G. HELLWIG,
Partielle Differentialgleichungen,
Teubner-Verlag, Stuttgart, 1960

- / 19 / J. HEYMAN,
Elements of Stress Analysis,
Cambridge University Press, 1982

- / 20 / E. ISAACSON, H.B. KELLER,
Analyse numerischer Verfahren,
Verlag Harri Deutsch, Frankfurt, 1973

- / 21 / C.G.J. JACOBI,
Vorlesungen über Dynamik,
Georg Reimer Verlag, Berlin, 1866

- / 22 / G. JORDAN-ENGELN, F. REUTER,
Formelsammlung zur Numerischen Mathematik mit
Fortran IV-Programmen,
B.I.-Wissenschaftsverlag, Mannheim, 1974

- / 23 / G. KISTENMACHER,
Beitrag zur Berechnung dickwandiger Rotations-
schalen, Diss. RWTH Aachen, 1977

- / 24 / H. KOLSKY,
Stresses Waves in Solids,
Dover Publications, Inc., 1963

- / 25 / L. LAPIDUS, G.F. PINDER,
Numerical Solution of Partial Differential
Equations in Science and Engineering,
John Wiley & Sons, Inc., 1982

- / 26 / D. LAUGWITZ,
Differentialgeometrie,
Teubner-Verlag, Stuttgart, 1960

- / 27 / H. LEIPHOLZ,
Einführung in die Elastizitätstheorie,
G. Braun, Karlsruhe, 1968

- / 28 / F. LEONHARDT,
Vorlesungen über Massivbau, Erster Teil,
Springer-Verlag, Berlin, 2. Aufl., 1973

- / 29 / J. LINK,
Eine Formulierung des zweiaxialen Verfor-
mungs- und Bruchverhaltens von Beton und deren
Anwendung auf die wirklichkeitsnahe Berechnung
von Stahlbetonplatten,
DASTb, Heft 270, Ernst & Sohn KG, Berlin, 1976

- / 30 / T.C.Y. LIU, A.H. NILSON and F.O. SLATE,
Biaxial Stress-Strain Relations for Concrete,
Journal of the Structural Division, ASCE,
Vol. 98, No. ST5, 1025 - 1034, 1972

- / 31 / J. MIKLOWITZ, J.D. ACHENBACH,
Modern Problems in Elastic Wave Propagation
John Wiley & Sons, Inc., 1978

- / 32 / W. NACHTSHEIM,
Eigenschwingungen zusammengesetzter dünnwandiger
Rotationsschalen,
Diss. RWTH Aachen, 1977

- / 33 / P.M. NAGHDI,
On the Theory of Thin Elastic Shells,
Quart. Appl. Mathe., Vol 14, 369 - 380, 1956

- / 34 / F. NAUBERT,
Anwendung des Verfahrens der Dynamischen Relaxation auf die Dynamik dickwandiger zusammengesetzter Rotationsschalen,
Diss. RWTH Aachen, 1979
- / 35 / W.K. NOWACKI,
Stress Waves in Non-elastic Solids,
Pergamon Press Ltd., Oxford, 1978
- / 36 / J.R.H. OTTER, A.C. CASSELL, R.E. HOBBS,
Dynamic Relaxation, Proc. Inst. Civ. Engrs, 37,
723 - 750, 1967
- / 37 / J.R.H. OTTER, A.S. DAY,
Tidal Flow Computations, The Engineer, 3 - 8, 1960
- / 38 / K.C. PARK,
Practical Aspects of Numerical Time Integration,
Comp. Struct., Vol. 7, 343 - 353, 1977
- / 39 / E. REISSNER,
On Transverse Vibrations of Thin, Shallow,
Elastic Shells,
Quart. of App. Mathe. Vol 14, 1956
- / 40 / G. RIEDER,
Die Herleitung der Spannungsfunktionen der Schale (des Rahmentragwerks) aus den Nullspannungsfunktionen des räumlichen Körpers (der Schale),
ZAMM 62, T 162 - T 163, 1982
- / 41 / R. SAUER, I. SZABO,
Mathematische Hilfsmittel des Ingenieurs,
Springer-Verlag, Berlin, 1969

- / 42 / W.C. SCHNOBRICH,
Behavoir of Reinforced Concrete Structures
Predicted by the Finite Element Method,
Comp. Struct. Vol. 7, 365 - 376, 1977
- / 43 / G.D. SMITH,
Numerische Lösung von partiellen Differential-
gleichungen,
Vieweg-Verlag, Braunschweig, 1970
- / 44 / W.L. WOOD,
Comparison of Dynamic Relaxation with Three
Other Iterative Methods,
The Engineer, Vol. 224, 683 - 687, 1967
- / 45 / W.L. WOOD,
On an Explicit Numerical Method for Solving the
Biharmonic Equation,
Num. Math. 11, 413 - 426, 1968
- / 46 / W. ZERNA,
Die Dynamische Relaxation und ihre Anwendung auf
Spannbeton-Reaktordruckbehälter,
DASTb, Heft 272, Ernst & Sohn KG, Berlin, 1976

Anhang I

Definitionen der Funktionen in Abschnitt 2.3.4

1. Dehnungsabhängige Größen

$$\alpha := \frac{\varepsilon_e - \varepsilon_{bo}}{h} \quad [1/m]$$

$$\beta := \left(\frac{\varepsilon_e - \varepsilon_{bo}}{h} \frac{1}{\varepsilon_{bp}} \right)^2 = \alpha^2 \frac{1}{\varepsilon_{bp}^2} \quad [1/m^2]$$

$$\gamma := \left(\frac{E_{bo}}{\sigma_{bp}} - \frac{2}{\varepsilon_{bp}} + \frac{2\varepsilon_{bo}}{\varepsilon_{bp}^2} \right) \cdot \alpha \quad [1/m]$$

$$\delta := \varepsilon_{bo} E_{bo} \quad [N/m^2]$$

$$\xi := \alpha E_{bo} \quad [N/m^3]$$

$$\eta := 1 + \left(\frac{E_{bo}}{\sigma_{bp}} - \frac{2}{\varepsilon_{bp}} \right) \varepsilon_{bo} + \left(\frac{\varepsilon_{bo}}{\varepsilon_{bp}} \right)^2$$

$$\Delta := 4\beta\eta - \gamma^2 = \alpha^2 \left(\frac{4E_{bo}}{\sigma_{bp}\varepsilon_{bp}} - \left(\frac{E_{bo}}{\sigma_{bp}} \right)^2 \right) \quad [1/m^2]$$

$$\vartheta_1 := \frac{\delta}{\sqrt{-\Delta}} - \frac{\xi\gamma}{2\beta\sqrt{-\Delta}} \quad [N/m]$$

$$\vartheta_2 := \frac{\xi}{2\beta} = \frac{E_{bo} \varepsilon_{bp}^2}{2\alpha} \quad [N/m]$$

$$\vartheta_3 := \frac{\delta}{2\beta} = \frac{\varepsilon_{bo} E_{bo} \varepsilon_{bp}^2}{2\alpha^2} \quad [N]$$

$$\vartheta_4 := \frac{\gamma}{2\beta^2} = \left(\varepsilon_{bo} \varepsilon_{bp}^2 - \varepsilon_{bp}^3 + \frac{E_{bo}}{2\sigma_{bp}} \varepsilon_{bp}^4 \right) \alpha^{-3} \quad [m^3]$$

$$\vartheta_5 := (\vartheta_4 \gamma - \frac{\eta}{\beta}) \frac{\xi}{\sqrt{\pm \Delta}} \quad [N]$$

$$\vartheta_6 := \frac{2\delta}{\sqrt{\Delta}} - \frac{\gamma \xi}{\beta \sqrt{\Delta}} = \frac{1}{\alpha \sqrt{\mu_1}} \left(2 \varepsilon_{bp} E_{bo} - \frac{(E_{bo} \varepsilon_{bp})^2}{\sigma_{bp}} \right) \quad [N/m]$$

$$\lambda_1 := \frac{\gamma - \sqrt{-\Delta}}{\gamma + \sqrt{-\Delta}}$$

$$\lambda_2 := \frac{\gamma}{\sqrt{\Delta}} = \left(\frac{E_{bo}}{\sigma_{bp}} - \frac{2}{\varepsilon_{bp}} + \frac{2 E_{bo}}{\varepsilon_{bp}^2} \right) \mu_1^{-\frac{1}{2}}$$

2. Materialkonstanten (dimensionslos)

$$\lambda_1 := \frac{2\beta \bar{x} + \gamma - \sqrt{-\Delta}}{2\beta \bar{x} + \gamma + \sqrt{-\Delta}}$$

$$\lambda_2 := \frac{2\beta \bar{x} + \gamma}{\sqrt{\Delta}} = \left(\frac{E_{bo}}{\sigma_{bp}} - \frac{2}{\varepsilon_{bp}} \right) \mu_1^{-\frac{1}{2}}$$

$$\mu_1 := \frac{4 E_{bo}}{\sigma_{bp} \varepsilon_{bp}} - \left(\frac{E_{bo}}{\sigma_{bp}} \right)^2$$

ANHANG II

```
C (C) BY HUBERT W. KLEIN, LEHRST. F. MECHANIK, RWTH AACHEN , 1983
C
C PROGRAM KWROT (INPUT,OUTPUT,TAPE1,TAPE2,TAPE4,
2 TAPE5=INPUT,TAPE6=OUTPUT,TAPE7,TAPE8)
C
C.....
C COMMON // X(73,15,20)
C.....
C
C COMMON/CONST/IP,JQ,DEL,DT,K1,RHO,RPHI,RT,PI,ZL,HU,HO,EMOD,RNUE,DT2
1 ,IROT,RKAP,RNUE2,G12,G13,G23,MAXK,TT(10),IPRINT,FT(4),IPMD
2 ,THETAO,ITEXT(8),SUMDT,IO,FAKDT,MJQ,MB,IPRIS,IR,MINK,MAT,E2
C.....
C
C
C
C INHALT DER SPEICHERGROESSEN
C
C PHIN = NORMALKRAFT IN PHI-RICHTUNG (S)
C TN = NORMALKRAFT IN THETA-RICHTUNG (R)
C PHITN = SCHUBKRAFT IN PHI/THETA-RICHTUNG
C TPHIN = SCHUBKRAFT IN THETA/PHI-RICHTUNG
C PHIQ = QUERKRAFT IN PHI-RICHTUNG
C TQ = QUERKRAFT IN THETA-RICHTUNG
C PHIM = BIEGEMOMENT PHI
C TM = BIEGEMOMENT THETA
C PHITM = TORSIONSMOMENT PHI/THETA
C TPHIM = TORSIONSMOMENT THETA/PHI
C
C TRAEGHEITSTERME
C
C
C DQS, DQR, DQZ, DMS, DMR
C
C VERSCHIEBUNGEN
C
C UU, UV, UW, US, UR
C
C DIESE 20 GROESSEN SIND FELDER DER GROESSE IP*JQ
C
C-----
C
C IP = ANZAHL DER STUETZSTELLEN IN UMFANGSRICHTUNG THETA (I)
C JQ = ANZAHL DER STUETZSTELLEN IN MERIDIANRICHTUNG PHI (J)
C DEL = DELTA / DAEMPfung (1/S)
C RHO = RHO / DICHTe (KG/M**3)
C IO = ORDNUNG DER INTERPOLATION
C
C-----
C
C AUeSSERE BELASTUNG
C
C TK(I,J) = KRAFT IN THETA-RICHTUNG
C PHIK(I,J)=KRAFT IN PHI-RICHTUNG
C ZK(I,J) =KRAFT IN Z-RICHTUNG
C
```

```

C-----
C
C   PHI      = WINKEL PHI
C   DT       = DELTA T / ZEITSCHRITT
C   DR       = DELTA R / STUETZSTELLENABSTAND IN UMFANGSRICHTUNG R
C   DS       = DELTA S / STUETZSTELLENABSTAND IN MERIDIANRICHTUNG S
C   RNULL    = RADIUS
C   RPHI     = RADIUS
C   RT       = RADIUS THETA
C-----
C
C   STEUERGROESSEN
C
C   K1 = 0 BELIEBIGE GEOMETRIE
C       1 KUGEL
C       2 KUGELABSCHNITT
C       3 KEGEL
C       4 KEGELABSCHNITT
C       5 ZYLINDER
C       6 PLATTE
C
C   K34 = 0 INNERER PUNKT
C       1 PUNKT AUF DEN RAENDERN 3 UND 4 AUSSER ECKPUNKTE
C       2 PUNKT AUF DEN RAENDERN 1 UND 2 AUSSER ECKPUNKTE
C       3 ECKPUNKTE
C-----
C
C   CALL SECOND(TT(1))
C   MINK=1
C   PI=4.*ATAN(1.)
C   TT(6)=0.
C   CALL INP
C   IF(MAT.NE.2)GOTO40
C   RNUE=0.
C   RNUE2=0.
40 CONTINUE
C   CALL SECOND(TT(2))
C   CALL ANFK
C   CALL SECOND(TT(3))
5 CONTINUE
C   CALL GEOZYL
C   IF (MAT.EQ.2)CALL STAHLK
C   CALL DELTAT
C   CALL MATIN
20 CONTINUE
C   CALL SECOND(TT(4))
C   DO 10 K=MINK,MAXK
C   CALL INPOL(K,ISTOP)
C   IF(ISTOP.EQ.1)GOTO11
10 CONTINUE
11 CONTINUE
C   CALL SECOND(TT(5))
C   CALL TIME
C   STOP
C   END

SUBROUTINE INPOL(KZAEI,ISTOP)
COMMON // X(73,15,20)
COMMON/CONST/IP,JQ,DEL,DT,K1,RHO,RPHI,RT,PI,ZL,HU,HO,EMOD,RNUE,DT2
1 , IROT,RKAP,RNUE2,G12,G13,G23,MAXK,TT(10),IPRINT,FT(4),IPMD

```

```
2      ,THETA0,ITEXT(8),SUMDT,IO,FAKDT,MJQ,MB,IPRIS,IR,MINK,MAT,E2
CHARACTER JDA*5,MZEHN*5,MEINS*5,MZWEI*5,MDREI*5
ISTOP=0
CALL JDATE(JDA)
71 CONTINUE
IF(KZAEL.EQ.MINK)AESUM=0.
IF(JQ.LT.MJQ)GOTO20
ISE=JQ
10 CONTINUE
IK=1
CALL TRAEG(1,ISE,IK)
CALL VERSCH(1,ISE,AESUM,KZAEL)
CALL SCHNIT(1,ISE)
CALL SECOND(TT(7))
IF(MOD(KZAEL,IPRIS).EQ.0)CALL PRINTF(1,ISE,KZAEL,1)
CALL SECOND(TT(8))
TT(6)=TT(6)+(TT(8)-TT(7))
SUMDT=(KZAEL-1)*DT
IF(KZAEL.EQ.MAXK)GOTO15
RETURN
15 CONTINUE
IPRINT=7
IPMD=0
CALL PRINTF(1,ISE,KZAEL,1)
WRITE(8)KZAEL
DO 16 K=1,20
16 WRITE(8)((X(I,J,K),I=1,IP),J=1,JQ)
RETURN
20 CONTINUE
IF(MJQ.LE.1)GOTO10
IF(MOD(KZAEL,2).EQ.0)GOTO19
NTR=7
NTP=8
GOTO18
19 NTR=8
NTP=7
18 CONTINUE
DO 21 IK=1,MB
IF(IK.NE.1)GOTO22
ISA=1
ISE=JQ-2
GOTO30
22 CONTINUE
IF(IK.EQ.MB)GOTO24
ISA=3
ISE=JQ-2
GOTO30
24 CONTINUE
ISA=3
ISE=JQ
30 CONTINUE
CALL SECOND(TT(7))
CALL READB(IK,NTR,MB,IP,JQ)
CALL SECOND(TT(8))
TT(6)=TT(6)+(TT(8)-TT(7))
CALL TRAEG(ISA,ISE,IK)
CALL VERSCH(ISA,ISE,AESUM,KZAEL)
CALL SCHNIT(ISA,ISE)
CALL SECOND(TT(7))
IF(KZAEL.NE.MAXK)GOTO40
IPRINT=7
IPMD=0
```



```

CALL PRINTF(ISA,ISE,KZAEI,IK)
GOTO 50
40 CONTINUE
IF(MOD(KZAEI,IPRIS).EQ.0.AND.IK.EQ.3)
1 CALL PRINTF(ISA,ISE,KZAEI,IK)
50 CONTINUE
CALL PRINTB(IK,NTP,MB,IP,JQ)
CALL SECOND(TT(8))
TT(6)=TT(6)+(TT(8)-TT(7))
21 CONTINUE
SUMDT=(KZAEI-1)*DT
RETURN
END

SUBROUTINE PRINTB(IK,NTP,MB,IP,JQ)
COMMON // X(73,15,20)
IF(IK.NE.1)GOTO50
WRITE(NTP)((X(I,J,K),I=1,IP),J=1,JQ-2),K=1,20)
RETURN
50 CONTINUE
WRITE(NTP)((X(I,J,K),I=1,IP),J=3,4),K=1,20)
IF(IK.EQ.MB)GOTO60
WRITE(NTP)((X(I,J,K),I=1,IP),J=5,JQ-2),K=1,20)
RETURN
60 WRITE(NTP)((X(I,J,K),I=1,IP),J=5,JQ),K=1,20)
ENDFILE NTP
RETURN
END

SUBROUTINE READB(IK,NTR,MB,IP,JQ)
COMMON // X(73,15,20)
IF(IK.NE.1)GOTO50
REWIND NTR
READ(NTR)((X(I,J,K),I=1,IP),J=1,JQ-2),K=1,20)
READ(NTR)((X(I,J,K),I=1,IP),J=JQ-1,JQ),K=1,20)
RETURN
50 CONTINUE
JA=JQ-4
DO 55 K=1,20
DO 55 J=1,4
DO 55 I=1,IP
X(I,J,K)=X(I,JA+J,K)
55 CONTINUE
IF(IK.EQ.MB)GOTO60
READ(NTR)((X(I,J,K),I=1,IP),J=5,JQ-2),K=1,20)
READ(NTR)((X(I,J,K),I=1,IP),J=JQ-1,JQ),K=1,20)
RETURN
60 CONTINUE
READ(NTR)((X(I,J,K),I=1,IP),J=5,JQ),K=1,20)
REWIND NTR
RETURN
END

SUBROUTINE TRAEG(ISA,ISE,IK)
COMMON // X(73,15,20)
COMMON/CONST/IP,JQ,DEL,DT,K1,RHO,RPHI,RT,PI,ZL,HU,HO,EMOD,RNUE,DT2
1 ,IROT,RKAP,RNUE2,G12,G13,G23,MAXK,TT(10),IPRINT,FT(4),IPMD
2 ,THETA0,ITEXT(8),SUMDT,IO,FAKDT,MJQ,MB,IPRIS,IR,MINK,MAT,E2
COMMON /GEO/ FDR(15),FDS(15),FPHI(15),FRNULL(15),FRT(15),
1 T11(15),T22(15),TJ1(15),FCOS(15),H(15)
2 ,FRPHI(15),FD1(15),FD1NU(15),FCPR(15),FK1(15)
3 ,FGT(15),FGTK1(15),FRPP(15),FD1N2(15),FGTKN(15)

```

```

4          ,FRNT(15),FRTT(15),FG12H(15),FG12JT(15),FG13K(15)
5          ,FG23K(15),FCPNU(15),FGTRP(15),FKN21(15),FKN2(15)
6          ,FGT21(15),FG13J(15),FG23J(15),FGTCP(15)
COMMON/SMIT1/SPHIN,STN,SPHITN,STPHIN,SPHIQ,STQ,SPHIM,STM,
1          SPHITM,STPHIM,GA(12,10),IRO,IRU
COMMON/QAMIT1/ DRR2(5),DSS2(5),DR,DS
COMMON /H1/ITYP,NI,NJ
ADD1=ADD2=ADD3=0.
IF(SUMDT.LT.-.5)GOTO12
F1=FT(1)
F2=FT(2)
GOTO14
12 CONTINUE
F1=FT(3)
F2=FT(4)
14 CONTINUE
IS=1
DO 10 J=ISA,ISE
FH=H(J)
IF(J.EQ.JQ)IS=2
DS=FDS(J)
DR=FDR(J)
CPR=FCPR(J)
DO 20 I=1,IP,IS
IG=0
IF(MOD(I,2).EQ.0)IG=1
IF(IO.EQ.2)GOTO50
IF((J.EQ.1.OR.J.EQ.JQ).AND.IG.EQ.0)GOTO50
CALL QAMIT(I,J,IG,IP)
IF(I.EQ.1.OR.I.EQ.IP)GOTO49
GOTO50
49 CALL SRA(I,J)
GOTO18
50 CONTINUE
CALL SMIT(I,J,IG)
18 CONTINUE
ST1=SUMDT+DT
IF(I.LE.2.AND.IPRINT.NE.0.AND.MB.EQ.1)CALL PRINTS(I,J,ST1)
ADD1=CPR*(SPHIN-STN)
ADD2=0.
IF(K1.LE.2) ADD2=SPHIQ/RPHI
24 CONTINUE
X(I,J,11)=X(I,J,11)*F1+F2*(DRR2(2)+DSS2(1)+(ADD1+ADD2)
1 +PHIK(I,J,FH))
IF(IROT.EQ.1)GOTO40
IF(K1-5) 25,26,27
25 ADD1=CPR*(SPHITN+STPHIN)
ADD2=STQ/RT
GOTO28
26 CONTINUE
ADD1=ADD2=0.
GOTO28
27 CONTINUE
ADD1=CPR*(SPHITN+STPHIN)
ADD2=0.
28 CONTINUE
X(I,J,12)=X(I,J,12)*F1+F2*(DRR2(1)+DSS2(2)+(ADD1+ADD2)
1 +TK(I,J))
40 CONTINUE
IF(K1-5)29,30,31
29 IF(K1.LT.3) GOTO32
ADD1=0.

```

```

      ADD2=-STN/RT
      ADD3=CPR*SPHIQ
      GOTO33
30  ADD1=ADD3=0.
      ADD2=-STN/RT
      GOTO33
31  ADD1=ADD2=ADD3=0.
      GOTO33
32  ADD1=SPHIN/RPHI
      ADD2=STN/RT
      ADD3=CPR*SPHIQ
33  CONTINUE
      X(I,J,13)=X(I,J,13)*F1+F2*(DRR2(3)+DSS2(3)+(ADD1+ADD2)
1    +(ADD3+ZK(I,J,IK,JQ,SUMDT)))
      IF(IROT.EQ.1)GOTO41
      IF(K1.GE.5) GOTO35
      ADD1=CPR*(SPHITM+STPHIM)
35  CONTINUE
      X(I,J,14)=X(I,J,14)*F1+F2*(DRR2(4)+DSS2(5)+(ADD1-STQ))
41  CONTINUE
      IF(K1.GE.5) GOTO36
      ADD1=CPR*(SPHIM-STM)
36  CONTINUE
      X(I,J,15)=X(I,J,15)*F1+F2*(DRR2(5)+DSS2(4)+(ADD1-SPHIQ))
20  CONTINUE
10  CONTINUE
      IF(ISA.EQ.1.AND.IRO.EQ.2)CALL RANDE(1,IP)
      IF(ISE.EQ.JQ.AND.IRU.EQ.2)CALL RANDE(JQ,IP)
      RETURN
      END

      SUBROUTINE RANDE(IR,IP)
      COMMON // X(73,15,20)
      DO 10 K=11,15
      DO 10 I=1,IP,2
10  X(I,IR,K)=0.
      RETURN
      END

      SUBROUTINE SMIT(I,J,IG)
      COMMON//X(73,15,10)
      COMMON/SMIT1/Y(10),GA(12,10),IRO,IRU
      COMMON/CONST/IP,JQ,DEL,DT,K1,RHO,RPHI,RT,PI,ZL,HU,HO,EMOD,RNUE,DT2
1    ,IROT,RKAP,RNUE2,G12,G13,G23,MAXK,TT(10),IPRINT,FT(4),IPMD
2    ,THETA0,ITEXT(8),SUMDT,IO,FAKDT,MJQ,MB,IPRIS,IR,MINK,MAT,E2
      IF(J.EQ.1.AND.IO.EQ.1.AND.IG.EQ.1)GOTO71
      IF(J.EQ.1)GOTO125
      IF(J.EQ.JQ)GOTO200
      IF(IO.EQ.1)GOTO70
      IF(J.EQ.JQ-1.AND.IG.EQ.1)GOTO170
      IF(I.NE.1)GOTO30
      CALL SM1(I,J)
      RETURN
30  CONTINUE
      IF(I.NE.2)GOTO40
      CALL SM2(I,J)
      RETURN
40  CONTINUE
      IF(I.NE.IP-1)GOTO50
      CALL SMIP1(I,J)
      RETURN
50  CONTINUE

```

```
      IF(I.NE.IP)GOTO60
      CALL SMIP(I,J)
      RETURN
60  CONTINUE
      CALL SMF(I,J,IG)
      RETURN
70  CONTINUE
      IF(IG.EQ.0)GOTO16
71  CONTINUE
      DO 10 K=1,10
10  Y(K)=(X(I-1,J+1,K)+X(I,J,K)+X(I,J+1,K)+X(I+1,J+1,K))/4.
      RETURN
16  CONTINUE
      DO 20 K=1,10
20  Y(K)=(X(I-1,J,K)+X(I,J,K)+X(I,J+1,K)+X(I+1,J,K))/4.
      RETURN
125 CONTINUE
      IF(I.NE.1)GOTO130
      CALL OM1(I,J)
      RETURN
130 CONTINUE
      IF(I.NE.2)GOTO140
      CALL OM2(I,J)
      RETURN
140 CONTINUE
      IF(I.NE.IP-1)GOTO150
      CALL OMIP1(I,J)
      RETURN
150 CONTINUE
      IF(I.NE.IP)GOTO160
      CALL OMIP(I,J)
      RETURN
160 CONTINUE
      CALL OMF(I,J,IG)
      RETURN
170 CONTINUE
      IF(I.NE.2)GOTO180
      CALL UM2(I,J)
      RETURN
180 CONTINUE
      IF(I.NE.IP-1)GOTO190
      CALL UMIP1(I,J)
      RETURN
190 CONTINUE
      CALL UMF(I,J,IG)
      RETURN
200 CONTINUE
      IF(IG.EQ.1)RETURN
      IF(I.NE.1)GOTO210
      CALL UM1(I,J)
      RETURN
210 CONTINUE
      IF(I.NE.IP)GOTO220
      CALL UMIP(I,J)
      RETURN
220 CONTINUE
      CALL UMF(I,J,IG)
      RETURN

      END

      SUBROUTINE SM1(I,J)
```

```
COMMON//X(73,15,10)
COMMON/SMIT1/Y(10),GA(12,10),IRO,IRU
DO 75 K=1,10
GA(2,K)=X(I+1,J-1,K)
GA(4,K)=X(I,J,K)
GA(5,K)=X(I+2,J,K)
GA(7,K)=X(I+1,J,K)
GA(9,K)=X(I,J+1,K)
GA(10,K)=X(I+2,J+1,K)
GA(12,K)=X(I+1,J+1,K)
IF(K.EQ.3.OR.K.EQ.4.OR.K.EQ.6.OR.K.EQ.9.OR.K.EQ.10)GOTO73
GA(1,K)=GA(2,K)
GA(3,K)=GA(5,K)
GA(6,K)=GA(7,K)
GA(8,K)=GA(10,K)
GA(11,K)=GA(12,K)
GOTO 75
73 CONTINUE
GA(1,K)=-GA(2,K)
GA(3,K)=-GA(5,K)
GA(6,K)=-GA(7,K)
GA(8,K)=-GA(10,K)
GA(11,K)=-GA(12,K)
75 CONTINUE
CALL MATMUL(10,1,1,12,1)
Y(3)=Y(4)=Y(6)=Y(9)=Y(10)=0.
RETURN
END

SUBROUTINE SM2(I,J)
COMMON//X(73,15,10)
COMMON/SMIT1/Y(10),GA(12,10),IRO,IRU
DO 85 K=1,10
GA(1,K)=X(I-1,J,K)
GA(2,K)=X(I+1,J,K)
GA(4,K)=X(I,J,K)
GA(5,K)=X(I+2,J,K)
GA(6,K)=X(I-1,J+1,K)
GA(7,K)=X(I+1,J+1,K)
GA(9,K)=X(I,J+1,K)
GA(10,K)=X(I+2,J+1,K)
GA(11,K)=X(I-1,J+2,K)
GA(12,K)=X(I+1,J+2,K)
IF(K.EQ.3.OR.K.EQ.4.OR.K.EQ.6.OR.K.EQ.9.OR.K.EQ.10)GOTO83
GA(3,K)=GA(4,K)
GA(8,K)=GA(9,K)
GOTO85
83 CONTINUE
GA(3,K)=-GA(4,K)
GA(8,K)=-GA(9,K)
85 CONTINUE
CALL MATMUL(10,0,1,12,1)
RETURN
END

SUBROUTINE SMIP1(I,J)
COMMON//X(73,15,10)
COMMON/SMIT1/Y(10),GA(12,10),IRO,IRU
DO 95 K=1,10
GA(1,K)=X(I-1,J,K)
GA(2,K)=X(I+1,J,K)
GA(3,K)=X(I-2,J,K)
```

```
GA(4,K)=X(I,J,K)
GA(6,K)=X(I-1,J+1,K)
GA(7,K)=X(I+1,J+1,K)
GA(8,K)=X(I-2,J+1,K)
GA(9,K)=X(I,J+1,K)
GA(11,K)=X(I-1,J+2,K)
GA(12,K)=X(I+1,J+2,K)
IF(K.EQ.3.OR.K.EQ.4.OR.K.EQ.6.OR.K.EQ.9.OR.K.EQ.10)GOTO93
GA(5,K)=GA(4,K)
GA(10,K)=GA(9,K)
GOTO95
93 CONTINUE
GA(5,K)=-GA(4,K)
GA(10,K)=-GA(9,K)
95 CONTINUE
CALL MATMUL(10,0,1,12,1)
RETURN
END

SUBROUTINE SMIP(I,J)
COMMON//X(73,15,10)
COMMON/SMIT1/Y(10),GA(12,10),IRO,IRU
DO 105 K=1,10
GA(1,K)=X(I-1,J-1,K)
GA(3,K)=X(I-2,J,K)
GA(4,K)=X(I,J,K)
GA(6,K)=X(I-1,J,K)
GA(8,K)=X(I-2,J+1,K)
GA(9,K)=X(I,J+1,K)
GA(11,K)=X(I-1,J+1,K)
IF(K.EQ.3.OR.K.EQ.4.OR.K.EQ.6.OR.K.EQ.9.OR.K.EQ.10)GOTO103
GA(2,K)=GA(1,K)
GA(5,K)=GA(3,K)
GA(7,K)=GA(6,K)
GA(10,K)=GA(8,K)
GA(12,K)=GA(11,K)
GOTO105
103 CONTINUE
GA(2,K)=-GA(1,K)
GA(5,K)=-GA(3,K)
GA(7,K)=-GA(6,K)
GA(10,K)=-GA(8,K)
GA(12,K)=-GA(11,K)
105 CONTINUE
CALL MATMUL(10,1,1,12,1)
Y(3)=Y(4)=Y(6)=Y(9)=Y(10)=0.
RETURN
END

SUBROUTINE SMF(I,J,IG)
COMMON//X(73,15,10)
COMMON/SMIT1/Y(10),GA(12,10),IRO,IRU
IF(IG.EQ.0)GOTO50
DO 40 K=1,10
GA(1,K)=X(I-1,J,K)
GA(2,K)=X(I+1,J,K)
GA(3,K)=X(I-2,J,K)
GA(4,K)=X(I,J,K)
GA(5,K)=X(I+2,J,K)
GA(6,K)=X(I-1,J+1,K)
GA(7,K)=X(I+1,J+1,K)
GA(8,K)=X(I-2,J+1,K)
```

```
GA(9,K)=X(I,J+1,K)
GA(10,K)=X(I+2,J+1,K)
GA(11,K)=X(I-1,J+2,K)
GA(12,K)=X(I+1,J+2,K)
40 CONTINUE
CALL MATMUL(10,0,1,12,1)
RETURN
```

```
50 CONTINUE
DO 60 K=1,10
GA(1,K)=X(I-1,J-1,K)
GA(2,K)=X(I+1,J-1,K)
GA(3,K)=X(I-2,J,K)
GA(4,K)=X(I,J,K)
GA(5,K)=X(I+2,J,K)
GA(6,K)=X(I-1,J,K)
GA(7,K)=X(I+1,J,K)
GA(8,K)=X(I-2,J+1,K)
GA(9,K)=X(I,J+1,K)
GA(10,K)=X(I+2,J+1,K)
GA(11,K)=X(I-1,J+1,K)
GA(12,K)=X(I+1,J+1,K)
```

```
60 CONTINUE
CALL MATMUL(10,0,1,12,1)
RETURN
END
```

```
SUBROUTINE OM1(I,J)
COMMON//X(73,15,10)
COMMON/SMIT1/Y(10),GA(12,10),IRO,IRU
COMMON/QAMIT1/ DRR2(5),DSS2(5),DR,DS
DO 75 K=1,10
GA(7,K)=X(I+1,J,K)
GA(9,K)=X(I,J+1,K)
GA(10,K)=X(I+2,J+1,K)
GA(12,K)=X(I+1,J+1,K)
IF(K.EQ.3.OR.K.EQ.4.OR.K.EQ.6.OR.K.EQ.9.OR.K.EQ.10)GOTO73
GA(6,K)=GA(7,K)
GA(8,K)=GA(10,K)
GA(11,K)=GA(12,K)
GOTO 75
```

```
73 CONTINUE
GA(6,K)=-GA(7,K)
GA(8,K)=-GA(10,K)
GA(11,K)=-GA(12,K)
```

```
75 CONTINUE
CALL MATMUL(10,1,6,12,3)
Y(3)=Y(4)=Y(6)=Y(9)=Y(10)=0.
IF(IRO.EQ.1)GOTO100
RETURN
```

```
100 CONTINUE
Y(1)=Y(5)=Y(7)=0.
DRR2(2)=DRR2(3)=DRR2(5)=0.
RETURN
END
```

```
SUBROUTINE OM2(I,J)
COMMON//X(73,15,10)
COMMON/SMIT1/Y(10),GA(12,10),IRO,IRU
DO 85 K=1,10
GA(4,K)=X(I,J,K)
GA(5,K)=X(I+2,J,K)
GA(6,K)=X(I-1,J+1,K)
```

```
GA(7,K)=X(I+1,J+1,K)
GA(9,K)=X(I,J+1,K)
GA(10,K)=X(I+2,J+1,K)
GA(11,K)=X(I-1,J+2,K)
GA(12,K)=X(I+1,J+2,K)
IF(K.EQ.3.OR.K.EQ.4.OR.K.EQ.6.OR.K.EQ.9.OR.K.EQ.10)GOTO83
GA(3,K)=GA(4,K)
GA(8,K)=GA(9,K)
GOTO85
83 CONTINUE
GA(3,K)=-GA(4,K)
GA(8,K)=-GA(9,K)
85 CONTINUE
CALL MATMUL(10,0,3,12,2)
RETURN
END

SUBROUTINE OMIP1(I,J)
COMMON//X(73,15,10)
COMMON/SMIT1/Y(10),GA(12,10),IRO,IRU
DO 95 K=1,10
GA(3,K)=X(I-2,J,K)
GA(4,K)=X(I,J,K)
GA(6,K)=X(I-1,J+1,K)
GA(7,K)=X(I+1,J+1,K)
GA(8,K)=X(I-2,J+1,K)
GA(9,K)=X(I,J+1,K)
GA(11,K)=X(I-1,J+2,K)
GA(12,K)=X(I+1,J+2,K)
IF(K.EQ.3.OR.K.EQ.4.OR.K.EQ.6.OR.K.EQ.9.OR.K.EQ.10)GOTO93
GA(5,K)=GA(4,K)
GA(10,K)=GA(9,K)
GOTO95
93 CONTINUE
GA(5,K)=-GA(4,K)
GA(10,K)=-GA(9,K)
95 CONTINUE
CALL MATMUL(10,0,3,12,2)
RETURN
END

SUBROUTINE OMIP(I,J)
COMMON//X(73,15,10)
COMMON/SMIT1/Y(10),GA(12,10),IRO,IRU
COMMON/QAMIT1/ DRR2(5),DSS2(5),DR,DS
DO 105 K=1,10
GA(6,K)=X(I-1,J,K)
GA(8,K)=X(I-2,J+1,K)
GA(9,K)=X(I,J+1,K)
GA(11,K)=X(I-1,J+1,K)
IF(K.EQ.3.OR.K.EQ.4.OR.K.EQ.6.OR.K.EQ.9.OR.K.EQ.10)GOTO103
GA(7,K)=GA(6,K)
GA(10,K)=GA(8,K)
GA(12,K)=GA(11,K)
GOTO105
103 CONTINUE
GA(7,K)=-GA(6,K)
GA(10,K)=-GA(8,K)
GA(12,K)=-GA(11,K)
105 CONTINUE
CALL MATMUL(10,1,6,12,3)
Y(3)=Y(4)=Y(6)=Y(9)=Y(10)=0.
```



```

      IF(IRO.EQ.1) GOTO100
      RETURN
100 CONTINUE
      Y(1)=Y(5)=Y(7)=0.
      DRR2(2)=DRR2(3)=DRR2(5)=0.
      RETURN
      END

```

```

      SUBROUTINE OMF(I,J,IG)
      COMMON//X(73,15,10)
      COMMON/SMIT1/Y(10),GA(12,10),IRO,IRU
      COMMON/QAMIT1/ DRR2(5),DSS2(5),DR,DS
      IF(IG.EQ.0)GOTO50
      DO 40 K=1,10
      GA(3,K)=X(I-2,J,K)
      GA(4,K)=X(I,J,K)
      GA(5,K)=X(I+2,J,K)
      GA(6,K)=X(I-1,J+1,K)
      GA(7,K)=X(I+1,J+1,K)
      GA(8,K)=X(I-2,J+1,K)
      GA(9,K)=X(I,J+1,K)
      GA(10,K)=X(I+2,J+1,K)
      GA(11,K)=X(I-1,J+2,K)
      GA(12,K)=X(I+1,J+2,K)
40 CONTINUE
      CALL MATMUL(10,0,3,12,2)
      RETURN
50 CONTINUE
      DO 60 K=1,10
      GA(6,K)=X(I-1,J,K)
      GA(7,K)=X(I+1,J,K)
      GA(8,K)=X(I-2,J+1,K)
      GA(9,K)=X(I,J+1,K)
      GA(10,K)=X(I+2,J+1,K)
      GA(11,K)=X(I-1,J+1,K)
      GA(12,K)=X(I+1,J+1,K)
60 CONTINUE
      CALL MATMUL(10,0,6,12,3)
      IF(IRO.EQ.1) GOTO100
      RETURN
100 CONTINUE
      DO 105 IK=1,9,2
105 Y(IK)=0.
      DRR2(2)=DRR2(3)=DRR2(5)=0.
      RETURN
      END

```

```

      SUBROUTINE UM1(I,J)
      COMMON//X(73,15,10)
      COMMON/SMIT1/Y(10),GA(12,10),IRO,IRU
      COMMON/QAMIT1/ DRR2(5),DSS2(5),DR,DS
      DO 75 K=1,10
      GA(2,K)=X(I+1,J-1,K)
      GA(4,K)=X(I,J,K)
      GA(5,K)=X(I+2,J,K)
      GA(7,K)=X(I+1,J,K)
      IF(K.EQ.3.OR.K.EQ.4.OR.K.EQ.6.OR.K.EQ.9.OR.K.EQ.10)GOTO73
      GA(1,K)=GA(2,K)
      GA(3,K)=GA(5,K)
      GA(6,K)=GA(7,K)
      GOTO 75
73 CONTINUE

```

```
GA(1,K)=-GA(2,K)
GA(3,K)=-GA(5,K)
GA(6,K)=-GA(7,K)
75 CONTINUE
CALL MATMUL(10,1,1,7,5)
Y(3)=Y(4)=Y(6)=Y(9)=Y(10)=0.
IF(IRU.EQ.1)GOTO100
RETURN
100 CONTINUE
Y(1)=Y(5)=Y(7)=0.
DRR2(2)=DRR2(3)=DRR2(5)=0.
RETURN
END

SUBROUTINE UM2(I,J)
COMMON//X(73,15,10)
COMMON/SMIT1/Y(10),GA(12,10),IRO,IRU
DO 85 K=1,10
GA(1,K)=X(I-1,J,K)
GA(2,K)=X(I+1,J,K)
GA(4,K)=X(I,J,K)
GA(5,K)=X(I+2,J,K)
GA(6,K)=X(I-1,J+1,K)
GA(7,K)=X(I+1,J+1,K)
GA(9,K)=X(I,J+1,K)
GA(10,K)=X(I+2,J+1,K)
IF(K.EQ.3.OR.K.EQ.4.OR.K.EQ.6.OR.K.EQ.9.OR.K.EQ.10)GOTO83
GA(3,K)=GA(4,K)
GA(8,K)=GA(9,K)
GOTO85
83 CONTINUE
GA(3,K)=-GA(4,K)
GA(8,K)=-GA(9,K)
85 CONTINUE
CALL MATMUL(10,0,1,10,4)
RETURN
END

SUBROUTINE UMIP1(I,J)
COMMON//X(73,15,10)
COMMON/SMIT1/Y(10),GA(12,10),IRO,IRU
DO 95 K=1,10
GA(1,K)=X(I-1,J,K)
GA(2,K)=X(I+1,J,K)
GA(3,K)=X(I-2,J,K)
GA(4,K)=X(I,J,K)
GA(6,K)=X(I-1,J+1,K)
GA(7,K)=X(I+1,J+1,K)
GA(8,K)=X(I-2,J+1,K)
GA(9,K)=X(I,J+1,K)
IF(K.EQ.3.OR.K.EQ.4.OR.K.EQ.6.OR.K.EQ.9.OR.K.EQ.10)GOTO93
GA(5,K)=GA(4,K)
GA(10,K)=GA(9,K)
GOTO95
93 CONTINUE
GA(5,K)=-GA(4,K)
GA(10,K)=-GA(9,K)
95 CONTINUE
CALL MATMUL(10,0,1,10,4)
RETURN
END
```

```

SUBROUTINE UMIP(I,J)
COMMON//X(73,15,10)
COMMON/SMIT1/Y(10),GA(12,10),IRO,IRU
COMMON/QAMIT1/ DRR2(5),DSS2(5),DR,DS
DO 105 K=1,10
GA(1,K)=X(I-1,J-1,K)
GA(3,K)=X(I-2,J,K)
GA(4,K)=X(I,J,K)
GA(6,K)=X(I-1,J,K)
IF(K.EQ.3.OR.K.EQ.4.OR.K.EQ.6.OR.K.EQ.9.OR.K.EQ.10)GOTO103
GA(2,K)=GA(1,K)
GA(5,K)=GA(3,K)
GA(7,K)=GA(6,K)
GOTO105
103 CONTINUE
GA(2,K)=-GA(1,K)
GA(5,K)=-GA(3,K)
GA(7,K)=-GA(6,K)
105 CONTINUE
CALL MATMUL(10,1,1,7,5)
Y(3)=Y(4)=Y(6)=Y(9)=Y(10)=0.
IF(IRU.EQ.1)GOTO100
RETURN
100 CONTINUE
Y(1)=Y(5)=Y(7)=0.
DRR2(2)=DRR2(3)=DRR2(5)=0.
RETURN
END

```

```

SUBROUTINE UMF(I,J,IG)
COMMON//X(73,15,10)
COMMON/SMIT1/Y(10),GA(12,10),IRO,IRU
COMMON/QAMIT1/ DRR2(5),DSS2(5),DR,DS
IF(IG.EQ.0)GOTO50
DO 40 K=1,10
GA(1,K)=X(I-1,J,K)
GA(2,K)=X(I+1,J,K)
GA(3,K)=X(I-2,J,K)
GA(4,K)=X(I,J,K)
GA(5,K)=X(I+2,J,K)
GA(6,K)=X(I-1,J+1,K)
GA(7,K)=X(I+1,J+1,K)
GA(8,K)=X(I-2,J+1,K)
GA(9,K)=X(I,J+1,K)
GA(10,K)=X(I+2,J+1,K)
40 CONTINUE
CALL MATMUL(10,0,1,10,4)
RETURN
50 CONTINUE
DO 60 K=1,10
GA(1,K)=X(I-1,J-1,K)
GA(2,K)=X(I+1,J-1,K)
GA(3,K)=X(I-2,J,K)
GA(4,K)=X(I,J,K)
GA(5,K)=X(I+2,J,K)
GA(6,K)=X(I-1,J,K)
GA(7,K)=X(I+1,J,K)
60 CONTINUE
CALL MATMUL(10,0,1,7,5)
IF(IRU.EQ.1)GOTO100
RETURN
100 CONTINUE

```

```

DO 105 IK=1,9,2
105 Y(IK)=0.
   DRR2(2)=DRR2(3)=DRR2(5)=0.
   RETURN
   END

SUBROUTINE MATMUL(IN,IR,IA,IE,NJ)
COMMON/SCHNIT1/ DUS(5),DUR(5)
2      , VER(5)
COMMON/SMIT1/Y(10),GA(12,10),IRO,IRU
COMMON /MATIN1/DX(12),DY(12),WI(12),FA(6,5),FB(6,5),FD(6,5)
COMMON/QAMIT1/ DRR2(5),DSS2(5),DR,DS
REAL B(6),C(10),CS(10),CR(10)
DO 50 I=1,6
50 B(I)=0.
   DO 40 I=1,10
   CS(I)=0.
   CR(I)=0.
40 C(I)=0.
   DO 30 K=1,IN
   DO 10 I=IA,IE
   B(1)=B(1)+WI(I)*GA(I,K)
   B(2)=B(2)+WI(I)*GA(I,K)*DX(I)
   B(3)=B(3)+WI(I)*GA(I,K)*DX(I)*DX(I)
   B(4)=B(4)+WI(I)*GA(I,K)*DY(I)
   B(5)=B(5)+WI(I)*GA(I,K)*DY(I)*DY(I)
   B(6)=B(6)+WI(I)*GA(I,K)*DX(I)*DY(I)
10 CONTINUE
   DO 20 I=1,6
   C(K)=C(K)+B(I)*FA(I,NJ)
   CS(K)=CS(K)+B(I)*FB(I,NJ)
   CR(K)=CR(K)+B(I)*FD(I,NJ)
20 B(I)=0.
30 CONTINUE
   IF(IN.EQ.5) GOTO70
   DO 60 K=1,10
60 Y(K)=C(K)
   DO 64 K=1,9,2
   K1=(K-1)/2+1
   DSS2(K1)=CS(K)
64 CONTINUE
   DO 66 K=2,10,2
   K1=(K-2)/2+1
   DRR2(K1)=CR(K)
66 CONTINUE
   IF(IR.EQ.1) DRR2(1)=DRR2(4)=0.
   RETURN
70 CONTINUE
   DO 80 K=1,5
   DUS(K)=CS(K)
   DUR(K)=CR(K)
80 VER(K)=C(K)
   RETURN
   END

SUBROUTINE VERSCH(ISA,ISE,AESUM,KZAE)
COMMON // X(73,15,20)
COMMON/CONST/IP,JQ,DEL,DT,K1,RHO,RPHI,RT,PI,ZL,HU,HO,EMOD,RNUE,DT2
1  ,IROT,RKAP,RNUE2,G12,G13,G23,MAXK,TT(10),IPRINT,FT(4),IPMD
2  ,THETA0,ITEXT(8),SUMDT,IO,FAKDT,MJQ,MB,IPRIS,IR,MINK,MAT,E2
COMMON /GEO/ FDR(15),FDS(15),FPHI(15),FRNULL(15),FRT(15),
1  T11(15),T22(15),TJ1(15),FCOS(15),H(15)

```

```

2          ,FRPHI(15),FD1(15),FD1NU(15),FCPR(15),FK1(15)
3          ,FGT(15),FGTK1(15),FRPP(15),FD1N2(15),FGTKN(15)
4          ,FRNT(15),FRTT(15),FG12H(15),FG12JT(15),FG13K(15)
5          ,FG23K(15),FCPNU(15),FGTRP(15),FKN21(15),FKN2(15)
6          ,FGT21(15),FG13J(15),FG23J(15),FGTCP(15)
REAL V(5)
ESUM=0.
DO 40 J=ISA,ISE
  T1=T11(J)
  T2=T22(J)
  TJ=TJ1(J)
  RTA=FRT(J)
  F3=T1*TJ-T2*T2
  F4=RTA*T1-TJ/RTA
  F5=T1-TJ/RTA/RTA
  TH=H(J)**2/12.
  DO 50 I=1,IP
    V(1)=X(I,J,11)/F5-X(I,J,15)/F4
    V(2)=X(I,J,12)/F5-X(I,J,14)/F4
    V(3)=X(I,J,13)/T1
    V(4)=T1*X(I,J,15)/F3-X(I,J,11)/F4
    V(5)=T1*X(I,J,14)/F3-X(I,J,12)/F4
    DO 82 K17=16,20
      K16=K17-15
      X(I,J,K17)=X(I,J,K17)+DT*V(K16)
82  CONTINUE
    IF(IROT.NE.1)GOTO20
    X(I,J,17)=0.
    X(I,J,20)=0.
20  CONTINUE
50  CONTINUE
40  CONTINUE
    IF(ESUM.GT.AESUM)AESUM=ESUM
    IF(AESUM.LT.1.E-20)RETURN
    GEN=(AESUM-ESUM)/AESUM
    IF(GEN.GE.0.99)GOTO70
    RETURN
70  CONTINUE
    RETURN
    END

SUBROUTINE SCHNIT(ISA,ISE)
COMMON // PHIN(73,15), TN(73,15), PHITN(73,15), TPHIN(73,15),
1          PHIQ(73,15), TQ(73,15),
2          PHIM(73,15), TM(73,15), PHITM(73,15), TPHIM(73,15)
COMMON/CONST/IP,JQ,DEL,DT,K1,RHO,RPHI,RT,PI,ZL,HU,HO,EMOD,RNUE,DT2
1  ,IROT,RKAP,RNUE2,G12,G13,G23,MAXK,TT(10),IPRINT,FT(4),IPMD
2  ,THETA0,ITEXT(8),SUMDT,IO,FAKDT,MJQ,MB,IPRIS,IR,MINK,MAT,E2
COMMON /GEO/ FDR(15),FDS(15),FPHI(15),FRNULL(15),FRT(15),
1          T11(15),T22(15),TJ1(15),FCOS(15),H(15)
2          ,FRPHI(15),FD1(15),FD1NU(15),FCPR(15),FK1(15)
3          ,FGT(15),FGTK1(15),FRPP(15),FD1N2(15),FGTKN(15)
4          ,FRNT(15),FRTT(15),FG12H(15),FG12JT(15),FG13K(15)
5          ,FG23K(15),FCPNU(15),FGTRP(15),FKN21(15),FKN2(15)
6          ,FGT21(15),FG13J(15),FG23J(15),FGTCP(15)
COMMON/SCHNIT1/ DUS,DVS,DWS,DPS,DTS
1          ,DUR,DVR,DWR,DPR,DTR
2          , U , V , W , P , T
COMMON/SMIT1/SPHIN,STN,SPHITN,STPHIN,SPHIQ,STQ,SPHIM,STM,
1          SPHITM,STPHIM,GA(12,10),IRO,IRU
PSTEU=PHIK(1,1,1)
DO 10 J=ISA,ISE

```

```
RPHI =FRPHI(J)
RPHI1 =0.
IF(RPHI.LT.1.E20) RPHI1=1./RPHI
RT=FRT(J)
RT1=0.
IF(RT.LT.1.E20) RT1=1./RT
RNULL=FRNULL(J)
CPR=FCPR(J)
GT=FGT(J)
RR=1.-RNUE*RNUE2
D1=EMOD*H(J)/RR
D2=E2*H(J)/RR
RK1=EMOD*TJ1(J)/RR
RK2=E2*TJ1(J)/RR
RPP=FRPP(J)
RNT=FRNT(J)
RTT=FRTT(J)
GTRP=FGTRP(J)
GTCF=FGTCF(J)
DS2=1./FDS(J)
DR2=1./FDR(J)
IA=1
IS=1
IF(J.NE.1)GOTO15
IA=2
IS=2
15 DO 20 I=IA,IP,IS
  IF(IO.EQ.2)GOTO25
  IF(J.EQ.1)GOTO25
  IF(J.EQ.JQ.AND.MOD(I,2).EQ.0)GOTO25
  CALL QVS(I,J,JQ,DS2)
  CALL QVR(I,J,IP,DR2)
  CALL VERMIT(I,J)
  GOTO27
25 CALL VER20(I,J)
27 CONTINUE
  ST1=SUMDT+DT/2.
  IF(I.LE.2.AND.IPRINT.NE.0.AND.MB.EQ.1)CALL PRINTD(I,J,SUMDT)
  IF(MAT.NE.2)GOTO45
  IF(MAT.EQ.2)CALL BETON(I,J)
  IF(MAT.NE.2.AND.I.NE.IA)GOTO14 .
44 CONTINUE
45 S12=G12*TJ1(J)*GT
  G12H=FG12H(J)*G12
  G13K=FG13K(J)*G13
  G23K=FG23K(J)*G23
14 CONTINUE
  IF(PSTEU.NE.0..AND.MAT.EQ.2)GOTO29
  ADD1=(DUS+W*RPHI1)+RNUE2*(DVR+(CPR*U+W*RT1))
  ADD2=DUS*RPHI1+(RPP*W-DPS)
  PHIN(I,J)=D1*ADD1+RK1*GT*ADD2
  IF(TN(I,J).GE.0.AND.MAT.EQ.2)GOTO29
  ADD1=(DVR+(CPR*U+W*RT1))
  ADD2=RNUE*(DUS+W*RPHI1)
  ADD3=DTR+CPR*P
  ADD4=DVR*RT1+(RNT*U+RTT*W)
  TN(I,J)=D2*(ADD1+ADD2)+(ADD3-ADD4)*RK2*GT
  IF(IROT.EQ.1.AND.MAT.EQ.2)GOTO35
  IF(MAT.EQ.2)GOTO 30
  ADD1=DPS+RNUE2*(DTR+CPR*P)
  ADD2=GT*DUS+GTRP*W
  PHIM(I,J)=RK1*(ADD1-ADD2)
```

```
ADD1=(DTR+CPR*P)
ADD2=RNUE*DPS
ADD3=DVR+(CPR*U+W*RT1)
TM(I,J)=RK2*((ADD1+ADD2)+GT*ADD3)
29 IF(IROT.EQ.1)GOTO35
30 CONTINUE
ADD1=((DVS+DUR)-CPR*V)*G12H
ADD2=DVS*RPHI1-DTS
PHITN(I,J)=ADD1+S12*ADD2
ADD1=ADD1
ADD2=DPR-CPR*T
ADD3=DUR*RT1-RNT*V
TPHIN(I,J)=ADD1+S12*(ADD2-ADD3)
ADD1=(DWR-V*RT1)+T
TQ(I,J)=G23K*ADD1
35 CONTINUE
ADD1=(DWS-U*RPHI1)+P
PHIQ(I,J)=G13K*ADD1
IF(IROT.EQ.1)GOTO20
ADD1=(DTS+DPR)-CPR*T
ADD2=GT*DVS
PHITM(I,J)=(ADD1-ADD2)*G12*TJ1(J)
ADD2=GT*DUR-GTCP*V
TPHIM(I,J)=(ADD1+ADD2)*G12*TJ1(J)
20 CONTINUE
10 CONTINUE
IF(ISA.EQ.1.AND.IRO.EQ.1)CALL RANDF(1,IP)
IF(ISE.EQ.JQ.AND.IRU.EQ.1)CALL RANDF(JQ,IP)
RETURN
END

SUBROUTINE RANDF(IR,IP)
COMMON // X(73,15,20)
DO 10 K=1,9,2
DO 10 I=2,IP-1,2
10 X(I,IR,K)=0.
RETURN
END

SUBROUTINE VER20(I,J)
COMMON/CONST/IP,JQ,DEL,DT,K1,RHO,RPHI,RT,PI,ZL,HU,HO,EMOD,RNUE,DT2
1 ,IROT,RKAP,RNUE2,G12,G13,G23,MAXK,TT(10),IPRINT,FT(4),IPMD
2 ,THETA0,ITEXT(8),SUMDT,IO,FAKDT,MJQ,MB,IPRIS,IR,MINK,MAT,E2
IF(J.EQ.1)GOTO110
IF(J.EQ.2)GOTO140
IF(J.EQ.JQ)GOTO180
IF(I.NE.1)GOTO70
CALL VER1(I,J)
RETURN
70 CONTINUE
IF(I.NE.2)GOTO80
75 CALL VER2(I,J)
RETURN
80 CONTINUE
IF(I.NE.IP-1)GOTO90
85 CALL VERIP1(I,J)
RETURN
90 CONTINUE
IF(I.NE.IP)GOTO100
CALL VERIP(I,J)
RETURN
100 CONTINUE
```

```
      CALL VERF(I,J)
      RETURN
110  CONTINUE
      IF(I.NE.2)GOTO120
      CALL OVER2(I,J)
      RETURN
120  IF(I.NE.IP-1)GOTO130
      CALL OVERI1(I,J)
      RETURN
130  CALL OVERF(I,J)
      RETURN
140  CONTINUE
      IF(I.NE.1)GOTO150
      CALL OVER1(I,J)
      RETURN
150  IF(I.NE.IP)GOTO160
      CALL OVERIP(I,J)
      RETURN
160  IF(I.EQ.2)GOTO 75
170  IF(I.EQ.IP-1)GOTO85
      IF(MOD(I,2).EQ.0)GOTO100
      CALL OVERFU(I,J)
      RETURN
180  CONTINUE
      IF(I.NE.1)GOTO190
      CALL UVER1(I,J)
      RETURN
190  CONTINUE
      IF(I.NE.2)GOTO200
      CALL UVER2(I,J)
      RETURN
200  CONTINUE
      IF(I.NE.IP-1)GOTO210
      CALL UVERI1(I,J)
      RETURN
210  CONTINUE
      IF(I.NE.IP)GOTO220
      CALL UVERIP(I,J)
      RETURN
220  CONTINUE
      CALL UVERF(I,J)
      RETURN
      END
```

```
      SUBROUTINE VER1(I,J)
      COMMON // X(73,15,20)
      COMMON/SCHNIT1/ DUS,DVS,DWS,DPS,DTS
1      ,DUR,DVR,DWR,DPR,DTR
2      , U , V , W , P , T
      COMMON/SMIT1/Y(10),GA(12,10),IRO,IRU
      DO 75 K=1,5
      GA(2,K)=X(I+1,J-2,K+15)
      GA(4,K)=X(I,J-1,K+15)
      GA(5,K)=X(I+2,J-1,K+15)
      GA(7,K)=X(I+1,J-1,K+15)
      GA(9,K)=X(I,J,K+15)
      GA(10,K)=X(I+2,J,K+15)
      GA(12,K)=X(I+1,J,K+15)
      IF(K.EQ.2.OR.K.EQ.5)GOTO73
      GA(1,K)=GA(2,K)
      GA(3,K)=GA(5,K)
      GA(6,K)=GA(7,K)
```



```
GA(8,K)=GA(10,K)
GA(11,K)=GA(12,K)
GOTO 75
73 CONTINUE
GA(1,K)=-GA(2,K)
GA(3,K)=-GA(5,K)
GA(6,K)=-GA(7,K)
GA(8,K)=-GA(10,K)
GA(11,K)=-GA(12,K)
75 CONTINUE
CALL MATMUL(5,0,1,12,1)
V=T=0.
DUR=0.
DWR=0.
DPR=0.
RETURN
END

SUBROUTINE VER2(I,J)
COMMON // X(73,15,20)
COMMON/SMIT1/Y(10),GA(12,10),IRO,IRU
DO 85 K=1,5
GA(1,K)=X(I-1,J-1,K+15)
GA(2,K)=X(I+1,J-1,K+15)
GA(4,K)=X(I,J-1,K+15)
GA(5,K)=X(I+2,J-1,K+15)
GA(6,K)=X(I-1,J,K+15)
GA(7,K)=X(I+1,J,K+15)
GA(9,K)=X(I,J,K+15)
GA(10,K)=X(I+2,J,K+15)
GA(11,K)=X(I-1,J+1,K+15)
GA(12,K)=X(I+1,J+1,K+15)
IF(K.EQ.2.OR.K.EQ.5)GOTO83
GA(3,K)=GA(4,K)
GA(8,K)=GA(9,K)
GOTO85
83 CONTINUE
GA(3,K)=-GA(4,K)
GA(8,K)=-GA(9,K)
85 CONTINUE
CALL MATMUL(5,0,1,12,1)
RETURN
END

SUBROUTINE VERIP1(I,J)
COMMON // X(73,15,20)
COMMON/SMIT1/Y(10),GA(12,10),IRO,IRU
DO 95 K=1,5
GA(1,K)=X(I-1,J-1,K+15)
GA(2,K)=X(I+1,J-1,K+15)
GA(3,K)=X(I-2,J-1,K+15)
GA(4,K)=X(I,J-1,K+15)
GA(6,K)=X(I-1,J,K+15)
GA(7,K)=X(I+1,J,K+15)
GA(8,K)=X(I-2,J,K+15)
GA(9,K)=X(I,J,K+15)
GA(11,K)=X(I-1,J+1,K+15)
GA(12,K)=X(I+1,J+1,K+15)
IF(K.EQ.2.OR.K.EQ.5)GOTO93
GA(5,K)=GA(4,K)
GA(10,K)=GA(9,K)
GOTO95
```

```
93 CONTINUE
   GA(5,K)=-GA(4,K)
   GA(10,K)=-GA(9,K)
95 CONTINUE
   CALL MATMUL(5,0,1,12,1)
   RETURN
   END

   SUBROUTINE VERIP(I,J)
   COMMON // X(73,15,20)
   COMMON/SCHNIT1/ DUS,DVS,DWS,DPS,DTS
1      ,DUR,DVR,DWR,DPR,DTR
2      , U , V , W , P , T
   COMMON/SMIT1/Y(10),GA(12,10),IRO,IRU
   DO 105 K=1,5
   GA(1,K)=X(I-1,J-2,K+15)
   GA(3,K)=X(I-2,J-1,K+15)
   GA(4,K)=X(I,J-1,K+15)
   GA(6,K)=X(I-1,J-1,K+15)
   GA(8,K)=X(I-2,J,K+15)
   GA(9,K)=X(I,J,K+15)
   GA(11,K)=X(I-1,J,K+15)
   IF(K.EQ.2.OR.K.EQ.5)GOTO103
   GA(2,K)=GA(1,K)
   GA(5,K)=GA(3,K)
   GA(7,K)=GA(6,K)
   GA(10,K)=GA(8,K)
   GA(12,K)=GA(11,K)
   GOTO105
103 CONTINUE
   GA(2,K)=-GA(1,K)
   GA(5,K)=-GA(3,K)
   GA(7,K)=-GA(6,K)
   GA(10,K)=-GA(8,K)
   GA(12,K)=-GA(11,K)
105 CONTINUE
   CALL MATMUL(5,0,1,12,1)
   V=T=0.
   DUR=0.
   DWR=0.
   DPR=0.
   RETURN
   END

   SUBROUTINE VERF(I,J)
   COMMON // X(73,15,20)
   COMMON/SMIT1/Y(10),GA(12,10),IRO,IRU
   IF(MOD(I,2).NE.0)GOTO50
   DO 40 K=1,5
   GA(1,K)=X(I-1,J-1,K+15)
   GA(2,K)=X(I+1,J-1,K+15)
   GA(3,K)=X(I-2,J-1,K+15)
   GA(4,K)=X(I,J-1,K+15)
   GA(5,K)=X(I+2,J-1,K+15)
   GA(6,K)=X(I-1,J,K+15)
   GA(7,K)=X(I+1,J,K+15)
   GA(8,K)=X(I-2,J,K+15)
   GA(9,K)=X(I,J,K+15)
   GA(10,K)=X(I+2,J,K+15)
   GA(11,K)=X(I-1,J+1,K+15)
   GA(12,K)=X(I+1,J+1,K+15)
40 CONTINUE
```

```

CALL MATMUL(5,0,1,12,1)
RETURN
50 CONTINUE
DO 60 K=1,5
GA(1,K)=X(I-1,J-2,K+15)
GA(2,K)=X(I+1,J-2,K+15)
GA(3,K)=X(I-2,J-1,K+15)
GA(4,K)=X(I,J-1,K+15)
GA(5,K)=X(I+2,J-1,K+15)
GA(6,K)=X(I-1,J-1,K+15)
GA(7,K)=X(I+1,J-1,K+15)
GA(8,K)=X(I-2,J,K+15)
GA(9,K)=X(I,J,K+15)
GA(10,K)=X(I+2,J,K+15)
GA(11,K)=X(I-1,J,K+15)
GA(12,K)=X(I+1,J,K+15)
60 CONTINUE
CALL MATMUL(5,0,1,12,1)
RETURN
END

SUBROUTINE OVER1(I,J)
COMMON // X(73,15,20)
COMMON/SCHNIT1/ DUS,DVS,DWS,DPS,DTS
1           ,DUR,DVR,DWR,DPR,DTR
2           , U , V , W , P , T
COMMON/SMIT1/Y(10),GA(12,10),IRO,IRU
DO 75 K=1,5
GA(4,K)=X(I,J-1,K+15)
GA(5,K)=X(I+2,J-1,K+15)
GA(7,K)=X(I+1,J-1,K+15)
GA(9,K)=X(I,J,K+15)
GA(10,K)=X(I+2,J,K+15)
GA(12,K)=X(I+1,J,K+15)
IF(K.EQ.2.OR.K.EQ.5)GOTO73
GA(3,K)=GA(5,K)
GA(6,K)=GA(7,K)
GA(8,K)=GA(10,K)
GA(11,K)=GA(12,K)
GOTO 75
73 CONTINUE
GA(1,K)=-GA(2,K)
GA(3,K)=-GA(5,K)
GA(6,K)=-GA(7,K)
GA(8,K)=-GA(10,K)
GA(11,K)=-GA(12,K)
75 CONTINUE
CALL MATMUL(5,0,3,12,2)
V=T=0.
DUR=0.
DWR=0.
DPR=0.
RETURN
END

SUBROUTINE OVER2(I,J)
COMMON // X(73,15,20)
COMMON/SCHNIT1/ DD(15)
COMMON/SMIT1/Y(10),GA(12,10),IRO,IRU
DO 85 K=1,5
GA(6,K)=X(I-1,J,K+15)
GA(7,K)=X(I+1,J,K+15)

```

```

GA(9,K)=X(I,J,K+15)
GA(10,K)=X(I+2,J,K+15)
GA(11,K)=X(I-1,J+1,K+15)
GA(12,K)=X(I+1,J+1,K+15)
IF(K.EQ.2.OR.K.EQ.5)GOTO83
GA(8,K)=GA(9,K)
GOTO85
83 CONTINUE
GA(8,K)=-GA(9,K)
85 CONTINUE
CALL MATMUL(5,0,6,12,3)
IF(IRO.EQ.2)GOTO90
RETURN
90 CONTINUE
DO 100 IK=6,15
100 DD(IK)=0.
RETURN
END

SUBROUTINE OVERI1(I,J)
COMMON // X(73,15,20)
COMMON/SCHNIT1/ DD(15)
COMMON/SMIT1/Y(10),GA(12,10),IRO,IRU
DO 95 K=1,5
GA(6,K)=X(I-1,J,K+15)
GA(7,K)=X(I+1,J,K+15)
GA(8,K)=X(I-2,J,K+15)
GA(9,K)=X(I,J,K+15)
GA(11,K)=X(I-1,J+1,K+15)
GA(12,K)=X(I+1,J+1,K+15)
IF(K.EQ.2.OR.K.EQ.5)GOTO93
GA(10,K)=GA(9,K)
GOTO95
93 CONTINUE
GA(10,K)=-GA(9,K)
95 CONTINUE
CALL MATMUL(5,0,6,12,3)
IF(IRO.EQ.2)GOTO90
RETURN
90 CONTINUE
DO 100 IK=6,15
100 DD(IK)=0.
RETURN
END

SUBROUTINE OVERIP(I,J)
COMMON // X(73,15,20)
COMMON/SCHNIT1/ DUS,DVS,DWS,DPS,DTS
1 ,DUR,DVR,DWR,DPR,DTR
2 , U , V , W , P , T
COMMON/SMIT1/Y(10),GA(12,10),IRO,IRU
DO 105 K=1,5
GA(3,K)=X(I-2,J-1,K+15)
GA(4,K)=X(I,J-1,K+15)
GA(6,K)=X(I-1,J-1,K+15)
GA(8,K)=X(I-2,J,K+15)
GA(9,K)=X(I,J,K+15)
GA(11,K)=X(I-1,J,K+15)
IF(K.EQ.2.OR.K.EQ.5)GOTO103
GA(5,K)=GA(3,K)
GA(7,K)=GA(6,K)
GA(10,K)=GA(8,K)

```

```

    GA(12,K)=GA(11,K)
    GOTO105
103 CONTINUE
    GA(5,K)=-GA(3,K)
    GA(7,K)=-GA(6,K)
    GA(10,K)=-GA(8,K)
    GA(12,K)=-GA(11,K)
105 CONTINUE
    CALL MATMUL(5,0,3,12,2)
    V=T=0.
    DUR=0.
    DWR=0.
    DPR=0.
    RETURN
    END

    SUBROUTINE OVERF(I,J)
    COMMON // X(73,15,20)
    COMMON/SCHNIT1/ DD(15)
    COMMON/SMIT1/Y(10),GA(12,10),IRO,IRU
    DO 40 K=1,5
    GA(6,K)=X(I-1,J,K+15)
    GA(7,K)=X(I+1,J,K+15)
    GA(8,K)=X(I-2,J,K+15)
    GA(9,K)=X(I,J,K+15)
    GA(10,K)=X(I+2,J,K+15)
    GA(11,K)=X(I-1,J+1,K+15)
    GA(12,K)=X(I+1,J+1,K+15)
    40 CONTINUE
    CALL MATMUL(5,0,6,12,3)
    IF(IRO.EQ.2)GOTO90
    RETURN
    90 CONTINUE
    DO 100 IK=6,15
100 DD(IK)=0.
    RETURN
    END

    SUBROUTINE OVERFU(I,J)
    COMMON // X(73,15,20)
    COMMON/SMIT1/Y(10),GA(12,10),IRO,IRU
    DO 60 K=1,5
    GA(3,K)=X(I-2,J-1,K+15)
    GA(4,K)=X(I,J-1,K+15)
    GA(5,K)=X(I+2,J-1,K+15)
    GA(6,K)=X(I-1,J-1,K+15)
    GA(7,K)=X(I+1,J-1,K+15)
    GA(8,K)=X(I-2,J,K+15)
    GA(9,K)=X(I,J,K+15)
    GA(10,K)=X(I+2,J,K+15)
    GA(11,K)=X(I-1,J,K+15)
    GA(12,K)=X(I+1,J,K+15)
    60 CONTINUE
    CALL MATMUL(5,0,3,12,2)
    RETURN
    END

    SUBROUTINE UVER1(I,J)
    COMMON // X(73,15,20)
    COMMON/SCHNIT1/ DUS,DVS,DWS,DPS,DTS
    1      ,DUR,DVR,DWR,DPR,DTR
    2      , U , V , W , P , T

```

```
COMMON/SMIT1/Y(10),GA(12,10),IRO,IRU
DO 75 K=1,5
GA(2,K)=X(I+1,J-2,K+15)
GA(4,K)=X(I,J-1,K+15)
GA(5,K)=X(I+2,J-1,K+15)
GA(7,K)=X(I+1,J-1,K+15)
GA(9,K)=X(I,J,K+15)
GA(10,K)=X(I+2,J,K+15)
IF(K.EQ.2.OR.K.EQ.5)GOTO73
GA(1,K)=GA(2,K)
GA(3,K)=GA(5,K)
GA(6,K)=GA(7,K)
GA(8,K)=GA(10,K)
GOTO 75
73 CONTINUE
GA(1,K)=-GA(2,K)
GA(3,K)=-GA(5,K)
GA(6,K)=-GA(7,K)
GA(8,K)=-GA(10,K)
75 CONTINUE
CALL MATMUL(5,0,1,10,4)
V=T=0.
DUR=0.
DWR=0.
DPR=0.
RETURN
END
```

```
SUBROUTINE UVER2(I,J)
COMMON // X(73,15,20)
COMMON/SMIT1/Y(10),GA(12,10),IRO,IRU
COMMON/SCHNIT1/DD(15)
DO 85 K=1,5
GA(1,K)=X(I-1,J-1,K+15)
GA(2,K)=X(I+1,J-1,K+15)
GA(4,K)=X(I,J-1,K+15)
GA(5,K)=X(I+2,J-1,K+15)
GA(6,K)=X(I-1,J,K+15)
GA(7,K)=X(I+1,J,K+15)
IF(K.EQ.2.OR.K.EQ.5)GOTO83
GA(3,K)=GA(4,K)
GOTO85
83 CONTINUE
GA(3,K)=-GA(4,K)
85 CONTINUE
CALL MATMUL(5,0,1,7,5)
IF(IRU.EQ.2)GOTO90
RETURN
90 CONTINUE
DO 100 IK=6,15
100 DD(IK)=0.
RETURN
END
```

```
SUBROUTINE UVER1(I,J)
COMMON // X(73,15,20)
COMMON/SMIT1/Y(10),GA(12,10),IRO,IRU
COMMON/SCHNIT1/DD(15)
DO 95 K=1,5
GA(1,K)=X(I-1,J-1,K+15)
GA(2,K)=X(I+1,J-1,K+15)
GA(3,K)=X(I-2,J-1,K+15)
```

```
GA(4,K)=X(I,J-1,K+15)
GA(6,K)=X(I-1,J,K+15)
GA(7,K)=X(I+1,J,K+15)
IF(K.EQ.2.OR.K.EQ.5)GOTO93
GA(5,K)=GA(4,K)
GOTO95
93 CONTINUE
GA(5,K)=-GA(4,K)
95 CONTINUE
CALL MATMUL(5,0,1,7,5)
IF(IRU.EQ.2)GOTO90
RETURN
90 CONTINUE
DO 100 IK=6,15
100 DD(IK)=0.
RETURN
END

SUBROUTINE UVERIP(I,J)
COMMON // X(73,15,20)
COMMON/SCHNIT1/ DUS,DVS,DWS,DPS,DTS
1          ,DUR,DVR,DWR,DPR,DTR
2          , U , V , W , P , T
COMMON/SMIT1/Y(10),GA(12,10),IRO,IRU
DO 105 K=1,5
GA(1,K)=X(I-1,J-2,K+15)
GA(3,K)=X(I-2,J-1,K+15)
GA(4,K)=X(I,J-1,K+15)
GA(6,K)=X(I-1,J-1,K+15)
GA(8,K)=X(I-2,J,K+15)
GA(9,K)=X(I,J,K+15)
IF(K.EQ.2.OR.K.EQ.5)GOTO103
GA(2,K)=GA(1,K)
GA(5,K)=GA(3,K)
GA(7,K)=GA(6,K)
GA(10,K)=GA(8,K)
GOTO105
103 CONTINUE
GA(2,K)=-GA(1,K)
GA(5,K)=-GA(3,K)
GA(7,K)=-GA(6,K)
GA(10,K)=-GA(8,K)
105 CONTINUE
CALL MATMUL(5,0,1,10,4)
V=T=0.
DUR=0.
DWR=0.
DPR=0.
RETURN
END

SUBROUTINE UVERF(I,J)
COMMON // X(73,15,20)
COMMON/SMIT1/Y(10),GA(12,10),IRO,IRU
COMMON/SCHNIT1/DD(15)
IF(MOD(I,2).NE.0)GOTO50
DO 40 K=1,5
GA(1,K)=X(I-1,J-1,K+15)
GA(2,K)=X(I+1,J-1,K+15)
GA(3,K)=X(I-2,J-1,K+15)
GA(4,K)=X(I,J-1,K+15)
GA(5,K)=X(I+2,J-1,K+15)
```

```

      GA(6,K)=X(I-1,J,K+15)
      GA(7,K)=X(I+1,J,K+15)
40  CONTINUE
      CALL MATMUL(5,0,1,7,5)
      IF(IRU.EQ.2)GOTO90
      RETURN
90  CONTINUE
      DO 100 IK=6,15
100 DD(IK)=0.
      RETURN
50  CONTINUE
      DO 60 K=1,5
      GA(1,K)=X(I-1,J-2,K+15)
      GA(2,K)=X(I+1,J-2,K+15)
      GA(3,K)=X(I-2,J-1,K+15)
      GA(4,K)=X(I,J-1,K+15)
      GA(5,K)=X(I+2,J-1,K+15)
      GA(6,K)=X(I-1,J-1,K+15)
      GA(7,K)=X(I+1,J-1,K+15)
      GA(8,K)=X(I-2,J,K+15)
      GA(9,K)=X(I,J,K+15)
      GA(10,K)=X(I+2,J,K+15)
60  CONTINUE
      CALL MATMUL(5,0,1,10,4)
      RETURN
      END

```

SUBROUTINE MATIN

```

      COMMON /GEO/ FDR(15),FDS(15),FPHI(15),FRNULL(15),FRT(15),
1      T11(15),T22(15),TJ1(15),FCOS(15),H(15)
2      ,FRPHI(15),FD1(15),FD1NU(15),FCPR(15),FK1(15)
3      ,FGT(15),FGTK1(15),FRPP(15),FD1N2(15),FGTKN(15)
4      ,FRNT(15),FRTT(15),FG12H(15),FG12JT(15),FG13K(15)
5      ,FG23K(15),FCPNU(15),FGTRP(15),FKN21(15),FKN2(15)
6      ,FGT21(15),FG13J(15),FG23J(15),FGTCP(15)
      COMMON/MATIN1/ DX(12),DY(12),WI(12),FA(6,5),FB(6,5),FD(6,5)
      REAL A(6,6),B(6,6)
      SR1=0.
      DS=FDS(1)
      DR=FDR(1)
      DX(1)=-DS
      DX(2)=-DS
      DX(3)=-DS/2.
      DX(4)=-DS/2.
      DX(5)=-DS/2.
      DX(6)=0.
      DX(7)=0.
      DX(8)=DS/2.
      DX(9)=DS/2.
      DX(10)=DS/2.
      DX(11)=DS
      DX(12)=DS
      DY(1)=-DR/2.
      DY(2)= DR/2.
      DY(3)=-DR
      DY(4)=0.
      DY(5)=DR
      DY(6)=-DR/2.
      DY(7)= DR/2.
      DY(8)=-DR
      DY(9)=0.
      DY(10)=DR

```



```
DY(11)=-DR/2.
DY(12)=DR/2.
DO 20 I=1,12
WI(I)=1.
20 CONTINUE
DO 22 NJ=1,5
GOTO(1,2,3,4,5)NJ
STOP
1 IA=1
IE=12
GOTO6
2 IA=3
IE=12
GOTO6
3 IA=6
IE=12
GOTO6
4 IA=1
IE=10
GOTO6
5 IA=1
IE=7
6 CONTINUE
DO 25 J=1,6
DO 25 I=1,6
25 A(I,J)=0.
DO 30 I=IA,IE
A(1,1)=A(1,1)+WI(I)
A(2,1)=A(2,1)+WI(I)*DX(I)
A(3,1)=A(3,1)+WI(I)*DX(I)*DX(I)
A(4,1)=A(4,1)+WI(I)*DY(I)
A(5,1)=A(5,1)+WI(I)*DY(I)*DY(I)
A(6,1)=A(6,1)+WI(I)*DX(I)*DY(I)
A(3,2)=A(3,2)+WI(I)*DX(I)**3
A(5,2)=A(5,2)+WI(I)*DX(I)*DY(I)*DY(I)
A(6,2)=A(6,2)+WI(I)*DX(I)*DX(I)*DY(I)
A(3,3)=A(3,3)+WI(I)*DX(I)**4
A(5,3)=A(5,3)+WI(I)*DX(I)**2*DY(I)**2
A(6,3)=A(6,3)+WI(I)*DX(I)**3*DY(I)
A(5,4)=A(5,4)+WI(I)*DY(I)**3
A(5,5)=A(5,5)+WI(I)*DY(I)**4
A(6,5)=A(6,5)+WI(I)*DX(I)*DY(I)**3
30 CONTINUE
A(6,6)=A(5,3)
A(2,2)=A(3,1)
A(4,2)=A(6,1)
A(4,3)=A(6,2)
A(4,4)=A(5,1)
A(6,4)=A(5,2)
DO 40 I=1,5
JA=I+1
DO 40 J=JA,6
A(I,J)=A(J,I)
40 CONTINUE
CALL INVERS(A,B,KW,GEN)
GEN=GEN*10.
DO 50 I=1,6
FA(I,NJ)=B(1,I)
FB(I,NJ)=B(2,I)
FD(I,NJ)=B(4,I)
IF(ABS(FA(I,NJ)).LE.GEN) FA(I,NJ)=0.
IF(ABS(FB(I,NJ)).LE.GEN) FB(I,NJ)=0.
```

```
IF(ABS(FD(I,NJ)).LE.GEN) FD(I,NJ)=0.
50 CONTINUE
22 CONTINUE
RETURN
END

SUBROUTINE SRA(I,J)
COMMON // PHIN(73,15), TN(73,15), PHITN(73,15), TPHIN(73,15),
1      PHIQ(73,15), TQ(73,15),
2      PHIM(73,15), TM(73,15), PHITM(73,15), TPHIM(73,15)
COMMON/SMIT1/SPHIN,STN,SPHITN,STPHIN,SPHIQ,STQ,SPHIM,STM,
1      SPHITM,STPHIM,GA(12,10),IRO,IRU
IF(I.NE.1)GOTO17
SPHIN =(PHIN(I,J)+PHIN(I,J+1)+2.*PHIN(I+1,J))/4.
STN   =( TN(I,J)+ TN(I,J+1)+2.* TN(I+1,J))/4.
SPHITN=0.
STPHIN=0.
SPHIQ =(PHIQ(I,J)+PHIQ(I,J+1)+2.*PHIQ(I+1,J))/4.
STQ=0.
SPHIM =(PHIM(I,J)+PHIM(I,J+1)+2.*PHIM(I+1,J))/4.
STM   =( TM(I,J)+ TM(I,J+1)+2.* TM(I+1,J))/4.
SPHITM=0.
STPHIM=0.
RETURN
17 CONTINUE
SPHIN =(2.*PHIN(I-1,J)+PHIN(I,J)+PHIN(I,J+1))/4.
STN   =(2.* TN(I-1,J)+ TN(I,J)+ TN(I,J+1))/4.
SPHITN=0.
STPHIN=0.
SPHIQ =(2.*PHIQ(I-1,J)+PHIQ(I,J)+PHIQ(I,J+1))/4.
STQ=0.
SPHIM =(2.*PHIM(I-1,J)+PHIM(I,J)+PHIM(I,J+1))/4.
STM   =(2.* TM(I-1,J)+ TM(I,J)+ TM(I,J+1))/4.
SPHITM=0.
STPHIM=0.
RETURN
END

SUBROUTINE QAMIT(I,J,IG,IP)
COMMON // PHIN(73,15), TN(73,15), PHITN(73,15), TPHIN(73,15),
1      PHIQ(73,15), TQ(73,15),
2      PHIM(73,15), TM(73,15), PHITM(73,15), TPHIM(73,15)
COMMON/QAMIT1/ DRR2(5),DSS2(5),DR,DS
DSS2(1)=(PHIN (I,J+1)-PHIN(I,J))/DS
DSS2(2)=(PHITN(I,J+1)-PHITN(I,J))/DS
DSS2(3)=(PHIQ (I,J+1)-PHIQ (I,J))/DS
DSS2(4)=(PHIM (I,J+1)-PHIM (I,J))/DS
DSS2(5)=(PHITM(I,J+1)-PHITM(I,J))/DS
IF(I.EQ.1)GOTO50
IF(I.EQ.IP)GOTO60
IF(IG.EQ.0)GOTO40
DRR2(1)=(TN (I+1,J+1)-TN (I-1,J+1))/DR
DRR2(2)=(TPHIN(I+1,J+1)-TPHIN(I-1,J+1))/DR
DRR2(3)=(TQ (I+1,J+1)-TQ (I-1,J+1))/DR
DRR2(4)=(TM (I+1,J+1)-TM (I-1,J+1))/DR
DRR2(5)=(TPHIM(I+1,J+1)-TPHIM(I-1,J+1))/DR
RETURN
40 CONTINUE
DRR2(1)=(TN (I+1,J)-TN (I-1,J))/DR
DRR2(2)=(TPHIN(I+1,J)-TPHIN(I-1,J))/DR
DRR2(3)=(TQ (I+1,J)-TQ (I-1,J))/DR
```

```

      DRR2(4)=(TM (I+1,J)-TM (I-1,J))/DR
      DRR2(5)=(TPHIM(I+1,J)-TPHIM(I-1,J))/DR
      RETURN
50 CONTINUE
      DRR2(1)=0.
      DRR2(2)=(2.*TPHIN(2,J))/DR
      DRR2(3)=(2.*TQ(2,J))/DR
      DRR2(4)=0.
      DRR2(5)=(2.*TPHIM(2,J))/DR
      RETURN
60 CONTINUE
      DRR2(1)=0.
      DRR2(2)=(-2.*TPHIN(I-1,J))/DR
      DRR2(3)=(-2.*TQ(I-1,J))/DR
      DRR2(4)=0.
      DRR2(5)=(-2.*TPHIM(I-1,J))/DR
      RETURN
      END

      SUBROUTINE QVS(I,J,JQ,DS2)
      COMMON // X(73,15,10),
1         DQS(73,15),DQR(73,15),DQZ(73,15),DMS(73,15),DMR(73,15)
2         ,UU (73,15),UV (73,15), UW(73,15),US(73,15), UR(73,15)
      COMMON/SCHNIT1/ DUS,DVS,DWS,DPS,DTS
1         ,DUR,DVR,DWR,DPR,DTR
2         , U , V , W , P , T
      IF(J.EQ.1)GOTO22
      IF(J.EQ.JQ)GOTO24
      DUS=DS2*(UU(I,J)-UU(I,J-1))
      DVS=DS2*(UV(I,J)-UV(I,J-1))
      DWS=DS2*(UW(I,J)-UW(I,J-1))
      DPS=DS2*(US(I,J)-US(I,J-1))
      DTS=DS2*(UR(I,J)-UR(I,J-1))
      RETURN
22 CONTINUE

      DUS=DS2*(-3.*UU(I,1)+4.*UU(I,2)-UU(I,3))
      DVS=DS2*(-3.*UV(I,1)+4.*UV(I,2)-UV(I,3))
      DWS=DS2*(-3.*UW(I,1)+4.*UW(I,2)-UW(I,3))
      DPS=DS2*(-3.*US(I,1)+4.*US(I,2)-US(I,3))
      DTS=DS2*(-3.*UR(I,1)+4.*UR(I,2)-UR(I,3))
      RETURN
24 CONTINUE
      DUS=DS2*(UU(I,JQ-2)-4.*UU(I,JQ-1)+UU(I,JQ))
      DVS=DS2*(UV(I,JQ-2)-4.*UV(I,JQ-1)+UV(I,JQ))
      DWS=DS2*(UW(I,JQ-2)-4.*UW(I,JQ-1)+UW(I,JQ))
      DPS=DS2*(US(I,JQ-2)-4.*US(I,JQ-1)+US(I,JQ))
      DTS=DS2*(UR(I,JQ-2)-4.*UR(I,JQ-1)+UR(I,JQ))
      RETURN
      END

      SUBROUTINE QVR(I,J,IP,DR2)
      COMMON // X(73,15,10),
1         DQS(73,15),DQR(73,15),DQZ(73,15),DMS(73,15),DMR(73,15)
2         ,UU (73,15),UV (73,15), UW(73,15),US(73,15), UR(73,15)
      COMMON/GEO/FDR(15)
      COMMON/SCHNIT1/ DUS,DVS,DWS,DPS,DTS
1         ,DUR,DVR,DWR,DPR,DTR
2         , U , V , W , P , T
      IF(I.EQ.1)GOTO12
      IF(I.EQ.IP)GOTO14
      IF(MOD(I,2).NE.0) GOTO18
```

```

DUR=DR2*(UU(I+1,J)-UU(I-1,J))
DVR=DR2*(UV(I+1,J)-UV(I-1,J))
DWR=DR2*(UW(I+1,J)-UW(I-1,J))
DPR=DR2*(US(I+1,J)-US(I-1,J))
DTR=DR2*(UR(I+1,J)-UR(I-1,J))
RETURN
18 CONTINUE
DUR=DR2*(UU(I+1,J-1)-UU(I-1,J-1))
DVR=DR2*(UV(I+1,J-1)-UV(I-1,J-1))
DWR=DR2*(UW(I+1,J-1)-UW(I-1,J-1))
DPR=DR2*(US(I+1,J-1)-US(I-1,J-1))
DTR=DR2*(UR(I+1,J-1)-UR(I-1,J-1))
RETURN
12 CONTINUE
DUR=0.
DVR=UV(2,J-1)/FDR(J)/2.
DWR=0.
DPR=0.
DTR=UR(2,J-1)/FDR(J)/2.
RETURN
14 CONTINUE
DUR=0.
DVR=-UV(IP-1,J-1)/FDR(J)/2.
DWR=0.
DPR=0.
DTR=-UR(IP-1,J-1)/FDR(J)/2.
RETURN
END

SUBROUTINE VERMIT(I,J)
COMMON/CONST/IP,JQ,DEL,DT,K1,RHO,RPHI,RT,PI,ZL,HU,HO,EMOD,RNUE,DT2
1 ,IROT,RKAP,RNUE2,G12,G13,G23,MAXK,TT(10),IPRINT,FT(4),IPMD
2 ,THETA0,ITEXT(8),SUMDT,IO,FAKDT,MJQ,MB,IPRIS,IR,MINK,MAT,E2
COMMON // X(73,15,10),
1 DQS(73,15),DQR(73,15),DQZ(73,15),DMS(73,15),DMR(73,15)
2 ,UU(73,15),UV(73,15),UW(73,15),US(73,15),UR(73,15)
COMMON/SCHNIT1/ DUS,DVS,DWS,DPS,DTS
1 ,DUR,DVR,DWR,DPR,DTR
2 ,U,V,W,P,T
COMMON/SMIT1/Y(10),GA(12,10),IRO,IRU
IF(I.EQ.IP)GOTO15
IF(I.NE.1)GOTO16
U=(UU(I,J-1)+UU(I,J)+2.*UU(I+1,J-1))/4.
V=0.
W=(UW(I,J-1)+UW(I,J)+2.*UW(I+1,J-1))/4.
P=(US(I,J-1)+US(I,J)+2.*US(I+1,J-1))/4.
T=0.
RETURN
15 CONTINUE
U=(2.*UU(I-1,J-1)+UU(I,J-1)+UU(I,J))/4.
V=0.
W=(2.*UW(I-1,J-1)+UW(I,J-1)+UW(I,J))/4.
P=(2.*US(I-1,J-1)+US(I,J-1)+US(I,J))/4.
T=0.
RETURN
16 CONTINUE
IF(MOD(I,2).NE.0)GOTO17
U=(UU(I-1,J)+UU(I,J-1)+UU(I,J)+UU(I+1,J))/4.
V=(UV(I-1,J)+UV(I,J-1)+UV(I,J)+UV(I+1,J))/4.
W=(UW(I-1,J)+UW(I,J-1)+UW(I,J)+UW(I+1,J))/4.
P=(US(I-1,J)+US(I,J-1)+US(I,J)+US(I+1,J))/4.
T=(UR(I-1,J)+UR(I,J-1)+UR(I,J)+UR(I+1,J))/4.

```

```

RETURN
17 CONTINUE
U=(UU(I-1,J-1)+UU(I,J-1)+UU(I,J)+UU(I+1,J-1))/4.
V=(UV(I-1,J-1)+UV(I,J-1)+UV(I,J)+UV(I+1,J-1))/4.
W=(UW(I-1,J-1)+UW(I,J-1)+UW(I,J)+UW(I+1,J-1))/4.
P=(US(I-1,J-1)+US(I,J-1)+US(I,J)+US(I+1,J-1))/4.
T=(UR(I-1,J-1)+UR(I,J-1)+UR(I,J)+UR(I+1,J-1))/4.
RETURN
END

SUBROUTINE INP
COMMON /ANTON/ EO,SIGBP,EPSPB,EOE,SIGEP,EPSEP,HGES,HSTR
COMMON/CONST/IP,JQ,DEL,DT,K1,RHO,RPHI,RT,PI,ZL,HU,HO,EMOD,RNUE,DT2
1 ,IROT,RKAP,RNUE2,G12,G13,G23,MAXK,TT(10),IPRINT,FT(4),IPMD
2 ,THETA0,ITEXT(8),SUMDT,IO,FAKDT,MJQ,MB,IPRIS,IR,MINK,MAT,E2
COMMON /GEO/ FDR(15),FDS(15),FPHI(15),FRNULL(15),FRT(15),
1 T11(15),T22(15),TJ1(15),FCOS(15),H(15)
2 ,FRPHI(15),FD1(15),FD1NU(15),FCPR(15),FK1(15)
3 ,FGT(15),FGTK1(15),FRPP(15),FD1N2(15),FGTKN(15)
4 ,FRNT(15),FRTT(15),FG12H(15),FG12JT(15),FG13K(15)
5 ,FG23K(15),FCPNU(15),FGTRP(15),FKN21(15),FKN2(15)
6 ,FGT21(15),FG13J(15),FG23J(15),FGTCP(15)
COMMON/SCHNIT1/ DUS,DVS,DWS,DPS,DTS
1 ,DUR,DVR,DWR,DPR,DTR
2 , U , V , W , P , T
COMMON/SMIT1/Y(10),GA(12,10),IRO,IRU
COMMON /GEOBET/ FH1,FH1S,FH2,FH2S,RMY1,RMY1S,RMY2,RMY2S
1 ,H1(15),H1S(15),H2(15),H2S(15)
READ(5,100)ITEXT
CALL DATE(ITEXT(8))
READ(5,101)K1,IP,JQ,MAXK,IPRINT,IPMD,IO,IRO,IRU,MB,IPRIS,IR,MAT
1 ,IROT
MJQ=(JQ-4)*MB+4
READ(5,102)EMOD,RHO,DEL,RNUE,RKAP,DT,FAKDT,E2
IF(E2.LT.1.)E2=EMOD
RNUE2=RNUE*E2/EMOD
G12=SQRT(EMOD*E2)/(1.+SQRT(RNUE*RNUE2))/2.
G13=EMOD/(1.+RNUE)/2.
G23=E2/(1.+RNUE2)/2.
IF(RKAP.LT.1.E-5) RKAP=.667
WRITE(6,200)ITEXT
WRITE(1,200)ITEXT
WRITE(4,200)ITEXT
IF(MAT.NE.2)GOTO26
WRITE(6,207)
WRITE(4,207)
WRITE(1,207)
26 CONTINUE
GOTO(1,2,3,4,5)K1
10 STOP
1 CONTINUE
GOTO10
2 CONTINUE
GOTO10
3 CONTINUE
GOTO10
4 CONTINUE
GOTO10
5 CONTINUE
READ(5,102)ZL1,RT,HU,HO,THETA0
ZL=ZL1*(JQ-1)/(MJQ-1)
WRITE(6,201)

```

```

WRITE(6,202)K1,IP,JQ,MJQ,MB,MAXK,IPRINT,IPRIS,IPMD,IO
WRITE(6,203)EMOD,E2,RHO,DEL,RNUE,RNUE2,G12,G13,G23
WRITE(6,204)ZL1,THETA0,RT,HU,HO,IRO,IRU
IF(MAT.LT.1)RETURN
READ(5,102)SIGBP,EPSPB,EPSSB,EO
READ(5,102)SIGEP,EPSEP,EPSEB,EOE
READ(5,102)RMY1,RMY1S,RMY2,RMY2S
READ(5,102)FH1,FH1S,FH2,FH2S
IF(EO.LE.1.)EO=EMOD
IF(EOE.LE.1.)EOE=E2
NT=6
20 CONTINUE
WRITE(NT,205)EO,SIGBP,EPSPB,EPSSB,EOE,SIGEP,EPSEP,EPSEB
WRITE(NT,206)RMY1,RMY1S,RMY2,RMY2S,FH1,FH1S,FH2,FH2S
IF(NT.EQ.1)RETURN
IF(NT.EQ.4)GOTO25
NT=4
RKL1=4.*SIGBP-EPSPB*EO
IF(ABS(RKL1).GT.1.E-12)GOTO20
WRITE(6,208)
STOP13
25 NT=1
GOTO20
208 FORMAT(34HOGROSS DELTA GLEICH NULL - STOP13 )
207 FORMAT(1H0,32HINELASTISCHE STAHLBETON ANALYSE ,/,)
205 FORMAT(
1      24HOBETONMODUL      EO = ,1PE15.2,/,
2      24H SIGMA PLAST.    SIGBP = , E15.2,/,
3      24H EPSILON PLAST  EPSPB = , E15.2,/,
4      24H EPSILON BRUCH  EPSSB = , E15.2,/,
5      24HOSTAHLMODUL      EEO = , E15.2,/,
6      24H SIGMA PLAST    SIGEP = , E15.2,/,
7      24H EPSILON PLAST  EPSEP = , E15.2,/,
8      24H EPSILON BRUCH  EPSEB = , E15.2)
206 FORMAT(
1      24HOBEBEHRUNGS-    RMY1 = , F12.3,/,
2      24H GEHALT          RMY1S = , F12.3,/,
3      24H -----        RMY2 = , F12.3,/,
4      24H                  RMY2S = , F12.3,/,
5      24HOBEBEHRUNGS-    FH1 = , F12.3,/,
6      24H LAGE            FH1S = , F12.3,/,
7      24H -----        FH2 = , F12.3,/,
8      24H                  FH2S = , F12.3)
100 FORMAT(8A10)
101 FORMAT(16I5)
102 FORMAT(8F10.0)
200 FORMAT(1H1,8A10,/,1X,80(1H-))
201 FORMAT(
1      22HOKONTROLLINFORMATIONEN: ,/,/)
202 FORMAT(
1      24HOZYLINDERSCHALE ,/,
2      24HOSCHALENKENNZIFFER K1 = ,I5,/,
3      24HOSTUETZSTELLENANZ. IP = ,I5,/,
4      24HOSTUETZSTELLENANZ. JQ = ,I5,/,
*      24HOGES.ANZ IN J-RI MJQ = ,I5,/,
*      24HOBLOCKANZAHL      MB = ,I5,/,
5      24HOANZ. ZEITSCHRITTE MK = ,I5,/,
6      24HODRUCKSTEUERUNG IPRIN = ,I5,/,
*      24HOPRINT-STEP      IPRIS = ,I5,/,
7      24HOPLOTSTEUERUNG IPMD = ,I5,/,
8      24HOINTERPOLATIONSORD.IO = ,I5,/,/)
203 FORMAT(

```

```
1      24HOE-MODUL          E1 = ,1PE15.2,/,
1      24H                  E2 = ,E15.2,/,
2      24HODICHTE          RHO = ,1PE15.2,/,
3      24HODAEMPfung       DEL = ,1PE15.2,/,
1      24HOQUERKONTRAKTION Nue1 = ,E15.2,/,
2      24H                  Nue2 = ,E15.2,/,
3      24HOSCHUBMODUL      G12 = ,E15.2,/,
4      24H                  G13 = ,E15.2,/,
5      24H                  G23 = ,E15.2,/,/)
204 FORMAT(
1      24HOZYLINDERLAENGE  ZL = ,F11.2,/,
1      24HOTHETA-NULL      THETA0 = ,F13.4,/,
2      24HORADIUS          RT = ,F11.2,/,
3      24HOWANDSTAERKE UNTEN HU = ,F11.2,/,
4      24HOWANDSTAERKE OBEN HO = ,F11.2,/,
7      24HORANDBEDINGUNG OBEN = , I8,/,
8      24HORANDBEDINGUNG UNTEN = , I8,/,/)
END
```

```
      SUBROUTINE ANFK
      COMMON // X(73,15,20)
      COMMON/CONST/IP,JQ,DEL,DT,K1,RHO,RPHI,RT,PI,ZL,HU,HO,EMOD,RNUE,DT2
1      ,IROT,RKAP,RNUE2,G12,G13,G23,MAXK,TT(10),IPRINT,FT(4),IPMD
2      ,THETA0,ITEXT(8),SUMDT,IO,FAKDT,MJQ,MB,IPRIS,IR,MINK,MAT,E2
      COMMON /H1/ ITYP,NI,NJ
      CALL BLANK(IP,JQ)
      IF(MB.GT.1.AND.IR.EQ.1)RETURN
      IF(IR.NE.1)GOTO 317
      READ(8)IK
      MINK=IK+1
      MAXK=MAXK+IK
      DO 318 K=1,20
318  READ(8)((X(I,J,K),I=1,IP),J=1,JQ)
      REWIND 8
      RETURN
317  CONTINUE
      IK=1
      READ(5,100)NANFK
      DO 20 I1=1,NANFK
      READ(5,101)NK,NI,NJ,WERT
      IF(NJ.LE.JQ-2)GOTO24
      IF(IK.EQ.1.AND.MB.GT.1)GOTO60
21  IF(IK.EQ.MB)GOTO24
22  M1=(IK-1)*(JQ-4)+JQ-2
      IF(NJ.GT.M1)GOTO70
24  J=NJ-(IK-1)*(JQ-4)
50  CONTINUE
      X(NI,J,NK)=WERT
      GOTO80
26  CONTINUE
      IF(I1.EQ.NANFK)GOTO90
      GOTO20
60  CONTINUE
      CALL PRINTB(1,7,MB,IP,JQ)
      CALL BLANK(IP,JQ)
      IK=IK+1
      GOTO22
70  CONTINUE
      CALL PRINTB(IK,7,MB,IP,JQ)
      CALL BLANK(IP,JQ)
      IK=IK+1
      GOTO21
```

```
80 CONTINUE
   IF(NK.LE.15)NK1=NK-10
   IF(NK.GE.16)NK1=NK-12
20 CONTINUE
90 CONTINUE
   IF(MB.EQ.1)GOTO96
   DO 95 NN=IK,MB
   CALL PRINTB(NN,7,MB,IP,JQ)
   CALL BLANK(IP,JQ)
95 CONTINUE

   REWIND 7
96 RETURN
100 FORMAT(16I5)
101 FORMAT(3I5,F10.1)
   END

   SUBROUTINE BLANK(IP,JQ)
   COMMON // X(73,15,20)
   DO10 K=1,20
   DO10 J=1,JQ
   DO 10 I=1,IP
10 X(I,J,K)=0.
   RETURN
   END

   SUBROUTINE GEOZYL
   COMMON/CONST/IP,JQ,DEL,DT,K1,RHO,RPHI,RT,PI,ZL,HU,HO,EMOD,RNUE,DT2
1   ,IROT,RKAP,RNUE2,G12,G13,G23,MAXK,TT(10),IPRINT,FT(4),IPMD
2   ,THETA0,ITEXT(8),SUMDT,IO,FAKDT,MJQ,MB,IPRIS,IR,MINK,MAT,E2
   COMMON /GEO/ FDR(15),FDS(15),FPHI(15),FRNULL(15),FRT(15),
1   T11(15),T22(15),TJ1(15),FCOS(15),H(15)
2   ,FRPHI(15),FD1(15),FD1NU(15),FCPR(15),FK1(15)
3   ,FGT(15),FGTK1(15),FRPP(15),FD1N2(15),FGTKN(15)
4   ,FRNT(15),FRTT(15),FG12H(15),FG12JT(15),FG13K(15)
5   ,FG23K(15),FCPNU(15),FGTRP(15),FKN21(15),FKN2(15)
6   ,FGT21(15),FG13J(15),FG23J(15),FGTCP(15)
   COMMON /GEOBET/ FH1,FH1S,FH2,FH2S,RMY1,RMY1S,RMY2,RMY2S
1   ,H1(15),H1S(15),H2(15),H2S(15)
   PHI=PI/2.
   DS=ZL/(JQ-1)
   DR=(RT*THETA0)/(IP-1)*2.
   DO 30 J=1,JQ
   FDR(J)=DR
   FDS(J)=DS
   FPHI(J)=PHI
   FRNULL(J)=RT
   FRT(J)=RT
   H(J)=HU-(HU-HO)/ZL*(J-1)*FDS(J)
   IF(MAT.NE.2)GOTO10
   H1(J)=H(J)*FH1
   H1S(J)=H(J)*FH1S
   H2(J)=H(J)*FH2
   H2S(J)=H(J)*FH2S
10 CONTINUE
   TJ1(J)=H(J)**3/12.
   T11(J)=H(J)
   T22(J)=TJ1(J)/RT
   FCOS(J)=0.
   FRPHI(J)=1.E+75
   FD1 (J)=H(J)
   FCPR (J)=FCOS(J)/FRNULL(J)
```



```

FK1 (J)=TJ1(J)
FGT(J)=-1./RT
FGTK1(J)=FK1(J)*FGT(J)
FRPP(J)=0
FGTKN(J)=FK1(J)*FGT(J)
FRNT (J)=FCOS(J)/FRNULL(J)/FRT(J)
FRTT (J)=1./(FRT(J)*FRT(J))
FG12H(J)=H(J)
FG12JT(J)=TJ1(J)*FGT(J)
FG13K(J)=RKAP*H(J)
FG23K(J)=RKAP*(H(J)-TJ1(J)/FRT(J)*FGT(J))
FGTRP(J)=0.
FG13J(J)=TJ1(J)
FG23J(J)=TJ1(J)
FGTCP(J)=FGT(J)*FCPR(J)
30 CONTINUE
RETURN
END

SUBROUTINE DELTAT
COMMON/CONST/IP,JQ,DEL,DT,K1,RHO,RPHI,RT,PI,ZL,HU,HO,EMOD,RNUE,DT2
1 ,IROT,RKAP,RNUE2,G12,G13,G23,MAXK,TT(10),IPRINT,FT(4),IPMD
2 ,THETA0,ITEXT(8),SUMDT,IO,FAKDT,MJQ,MB,IPRIS,IR,MINK,MAT,E2
COMMON /GEO/ FDR(15),FDS(15),FPHI(15),FRNULL(15),FRT(15),
1 T11(15),T22(15),TJ1(15),FCOS(15),H(15)
2 ,FRPHI(15),FD1(15),FD1NU(15),FCPR(15),FK1(15)
3 ,FGT(15),FGTK1(15),FRPP(15),FD1N2(15),FGTKN(15)
4 ,FRNT(15),FRTT(15),FG12H(15),FG12JT(15),FG13K(15)
5 ,FG23K(15),FCPNU(15),FGTRP(15),FKN21(15),FKN2(15)
6 ,FGT21(15),FG13J(15),FG23J(15),FGTCP(15)
SUMDT=-1.
A=FDS(1)/2.
B=FDR(1)/2.
C1=RHO*(1.-RNUE**2)
C2=EMOD
C3=1./(A*A)+1./(B*B)
DT2=SQRT(C1/(C2*C3))
IF(DT.LE.DT2)GOTO20
STOP17
20 DT2=DT2*FAKDT
IF(DT.LE.1.E-10)
1DT=DT2
FT(1)=(1.-DEL*DT)/(1.+DEL*DT)
FT(2)=DT/(1.+DEL*DT)/RHO
FT(3)=1.-DEL*DT
FT(4)=DT/2./RHO
RETURN
END

REALFUNCTION PHIK(I,J,FH)
PHIK=0.
RETURN
END
REALFUNCTION TK(I,J)
TK=0.
RETURN
END
REALFUNCTION ZK(I,J,SUMDT)
ZK=0.
RETURN
END

```

```

SUBROUTINE TIME
COMMON/CONST/IP,JQ,DEL,DT,K1,RHO,RPHI,RT,PI,ZL,HU,HO,EMOD,RNUE,DT2
1  ,IROT,RKAP,RNUE2,G12,G13,G23,MAXK,TT(10),IPRINT,FT(4),IPMD
2  ,THETA0,ITEXT(8),SUMDT,IO,FAKDT,MJQ,MB,IPRIS,IR,MINK,MAT,E2
TTG=0.
DO 10 I=1,4
TT(I)=TT(I+1)-TT(I)
TTG=TT(I)+TTG
10 CONTINUE
TT(4)=TT(4)-TT(6)
T1=TT(4)/MAXK/IP/MJQ
T2=TT(6)
WRITE(6,100)(TT(I),I=1,4),T1,T2,TTG
101 FORMAT(1H0,10(F10.3))
RETURN
100 FORMAT(
2      24H1GESAMTE CP-ZEIT:      ,/,
3      24H -----      ,/,
4      24HINPUT      T1 = ,F10.3,/,
5      24HOANFANGSWERTE      T2 = ,F10.3,/,
6      24HOGOMETIRE      T3 = ,F10.3,/,
6      24HOREINE RECHENZEIT      T4 = ,F10.3,/,
7      24HOZEIT PRO PUNKT      T5 = ,F12.5,/,
*      24HODRUCKZEIT      T6 = ,F10.3,/,
8      24HOG E S A M T Z E I T = ,F 9.2)
END

```

```

SUBROUTINE PRINTF(ISA,ISE,KZAEI,IK)
COMMON // X(73,15,20)
COMMON/CONST/IP,JQ,DEL,DT,K1,RHO,RPHI,RT,PI,ZL,HU,HO,EMOD,RNUE,DT2
1  ,IROT,RKAP,RNUE2,G12,G13,G23,MAXK,TT(10),IPRINT,FT(4),IPMD
2  ,THETA0,ITEXT(8),SUMDT,IO,FAKDT,MJQ,MB,IPRIS,IR,MINK,MAT,E2
NT1=1
NT2=2
NT4=4
GOTO(11,12,13,14,15,17,18,61)IPMD
GOTO16
11 CONTINUE
K=16
GOTO9
12 CONTINUE
K=17
GOTO9
13 CONTINUE
K=18
GOTO9
14 CONTINUE
K=19
GOTO9
15 CONTINUE
K=20
9 CONTINUE
IF(IK.NE.1)GOTO209
WRITE(NT2)KZAEI,IP,JQ,K,ZL,RT,THETA0,ITEXT,MB
209 WRITE(NT2)((X(I,J,K),I=1,IP),J=ISA,ISE)
GOTO16
17 CONTINUE
IH=IPMD
DO 50 K=1,10
IF(IK.NE.1)GOTO210
WRITE(NT2)KZAEI,IP,JQ,K,ZL,RT,THETA0,ITEXT,MB
210 WRITE(NT2)((X(I,J,K),I=1,IP),J=ISA,ISE)

```

```
      IF(IK.NE.MB)GOTO50
      IH=IH+1
50  CONTINUE
      GOTO16
18  CONTINUE
      IH=1
      DO 60 K=1,20
      IF(IK.NE.1)GOTO211
      WRITE(NT2)KZAEI,IP,JQ,K,ZL,RT,THETA0,ITEXT,MB
211 WRITE(NT2)((X(I,J,K),I=1,IP),J=ISA,ISE)
      IF(IK.NE.MB)GOTO60
      IH=IH+1
60  CONTINUE
      GOTO 16
61  CONTINUE
      DO 62 K=1,20
      WRITE(NT2)KZAEI,IP,JQ,K,ZL,RT,THETA0,ITEXT,MB
      WRITE(NT2)(X(1,J,K),J=1,JQ)
62  CONTINUE
16  CONTINUE
      KSE=IP
      IF(THETA0.LT.0.715)KSE=4
      IF(IK.NE.1)GOTO212
      WRITE(6,106)KZAEI
212 SUMDT=(KZAEI-1)*DT
      SUMDT2=(KZAEI-1)*DT+DT/2.
      GOTO(1,2,1,4,1,2,1)IPRINT
      RETURN
1  CONTINUE
      IF(IK.NE.1)GOTO213
      WRITE(NT1,105)KZAEI
      WRITE(NT1,103)SUMDT,SUMDT2
213 DO10J=ISA,ISE,1
      NJ=(IK-1)*(JQ-4)+J
      WRITE(NT1,102)NJ
      DO42 I=1,KSE,2
      WRITE(NT1,101)I,(X(I,J,K),K=11,20)
42  CONTINUE
      KSE1=KSE-1
      DO41 I=2,KSE1,2
      WRITE(NT1,101)I,(X(I,J,K),K=11,20)
41  CONTINUE
10  CONTINUE
      IF(IPRINT.EQ.1) RETURN
      IF(IPRINT.EQ.5.OR.IPRINT.EQ.7) GOTO4
2  CONTINUE
      IF(IK.NE.1)GOTO214
      WRITE(NT1,105)KZAEI
      SUMDT2=KZAEI*DT
      WRITE(NT1,100)SUMDT2
214 DO 20 J=ISA,ISE,1
      NJ=(IK-1)*(JQ-4)+J
      WRITE(NT1,102)NJ
      DO 20 I=1,KSE,1
      WRITE(NT1,107)I,(X(I,J,K),K=16,20)
      IF(IPRINT.LE.3) RETURN
4  CONTINUE
      IF(IK.NE.1)GOTO215
      WRITE(NT4,105)KZAEI
      WRITE(NT4,104)SUMDT2
215 WRITE(NT4,108)
      DO 40 J=ISA,ISE,1
```

```

      NJ=(IK-1)*(JQ-4)+J
      WRITE(NT4,102)NJ
      DO 43 I=1,KSE,2
      WRITE(NT4,101)I,(X(I,J,K),K=1,10)
43  CONTINUE
      DO 44 I=2,KSE1,2
      WRITE(NT4,101)I,(X(I,J,K),K=1,10)
44  CONTINUE
40  CONTINUE
      RETURN
100 FORMAT(1H ,/,
      2      29H DIE VERSCHIEBUNGEN Z.Z. T = ,1PE15.4,/,
      311X,2HUU,23X,2HUV,23X,2HUW,23X,4HUPHI,19X,6HUTHETA,/)
101 FORMAT(1X,I2,10(1PE13.3))
102 FORMAT(4H0J = ,I4,/)
103 FORMAT(25H TRAEGHEITSTERME Z.Z. T = ,1PE15.4,30X,
      2      29H DIE VERSCHIEBUNGEN Z.Z. T = ,1PE15.4,/,
      374X,2HUU,11X,2HUV,11X,2HUW,11X,4HUPHI,7X,6HUTHETA,/)
104 FORMAT(25H SCHNITTGROESSEN Z.Z. T = ,1PE15.4,/)
105 FORMAT(1H1,10X,9(1H*),I6,12H.ZEITSCHRITT ,5X,9(1H*))
106 FORMAT(1H ,5(1H*),I7,12H.ZEITSCHRITT ,5X,5(1H*))
107 FORMAT(1X,I2,5(1PE25.13))
108 FORMAT(1H0 ,6X,4HNPFI,9X,2HNT,11X,5HNPHIT,8X,5HNTPHI,
      2 8X,4HQPHI,9X,2HQT,11X,4HMPHI,9X,2HMT,11X,5HMPHIT,8X,
      3 5HMTPHI,/)
      END

```

```

      SUBROUTINE PRINTS(I,J,SUMDT)
      COMMON /SMIT1/ S(10)
      COMMON /QAMIT1/A(10)
      N7=7
      IF(I.EQ.1.AND.J.EQ.1)WRITE(N7,100)SUMDT
      WRITE(N7,101)I,J,(S(K),K=1,10)
      WRITE(N7,102)(A(K),K=1,10)
      RETURN
100 FORMAT(26H0SCHNITTGROESSEN Z.Z. T = ,1PE12.4)
101 FORMAT(1X,2I5,10(1PE12.3))
102 FORMAT(11X,10(1PE12.3))
      END

```

```

      SUBROUTINE PRINTD(I,J,SUMDT)
      COMMON /SCHNIT1/ S(10),A(5)
      N7=7
      IF(I.EQ.2.AND.J.EQ.1)WRITE(N7,100)SUMDT
      WRITE(N7,101)I,J,(S(K),K=1,10)
      WRITE(N7,102)(A(K),K=1,5)
      RETURN
100 FORMAT(26H0VERSCHIEBUNGEN Z.Z. T = ,1PE12.4)
101 FORMAT(1X,2I5,10(1PE12.3))
102 FORMAT(11X,10(1PE12.3))
      END

```

```

      SUBROUTINE KRAMO(EPSBO,EPSE,EPSES,I,J,K)
      COMMON /ANTON/ EO,SIGBP,EPSEBP,EOE,SIGEP,EPSEP,HGES,HSTR
      COMMON/CAESAR/RX,DRMA,AA,BB,CC,DD,EE,FF,RMA,RMY,RMYS,RNA
      CALL SIGMAE(EPSE,SIGE)
      CALL SIGMAE(EPSES,SIGES)
      CALL DKRAFT(EPSBO,EPSE,DB,A1,I,J)
      DE=RMY*HGES*SIGES
      ZE=RMY*HGES*SIGE
      DB=DB
      H22=(HGES+HSTR)/2.
      RME=-DE*(H22-HSTR)

```

```
RMDB=-DB*(H22-A1)
RMZE=ZE*(HGES-H22)
RNA=DE+DB+ZE
RMA=RME+RMDB+RMZE
RETURN
END
```

```
SUBROUTINE DKRAFT(EPSBO,EPSE,DB,A1,I,J)
COMMON /ANTON/ EO,SIGBP,EPSPB,EOE,SIGEP,EPSEP,HGES,HSTR
COMMON /BERTA/
1 ALFA,BETA,GAM,DEL,ZET,AET,GDEL,GN,PN,RX123,
2 TET1,TET2,TET3,TET4,TET5,TET6,GM,GLAM,RLAM,SR1,ATGN
COMMON/CAESAR/RX,DRMA,AA,BB,CC,DD,EE,FF,RMA,RMY,RMYS,RNA
KRUEM=0
G1=1.E-7
G2=G1*1.000
HAKT=HGES
RBR=ABS(EPSPB)+.002
IF(ABS(EPSBO).LE.RBR)GOTO9
IF(EPSBO.LT.0.)EPSBO=EPSPB-.002
IF(EPSBO.GT.0.)EPSBO=RBR
9 CONTINUE
RBR1=-RBR
IF(ABS(EPSE).LT.RBR)GOTO8
IF(EPSE.LT.0.)EPSE=RBR1
IF(EPSE.GT.0.)EPSE=RBR
8 CONTINUE
ALFA=(EPSE-EPSBO)/HGES
IF(EPSBO.GE.0..AND.EPSE.GE.0.) GOTO26
GENAU=ABS(EPSE-EPSBO)/HGES
IF(ALFA)30,27,40
30 KRUEM=1
EBMIN=EPSBO
EEMIN=EPSE
EPSE=EBMIN+ALFA*HSTR
EPSBO=EBMIN+ALFA*(HGES+HSTR)
ALFA=-ALFA
IF(GENAU.LT.1.E-30) GOTO27
40 CONTINUE
IF(GENAU.LT.1.E-30) GOTO27
IF(EPSBO.GE.0.)GOTO26
IF(GENAU.LT.G1)GOTO10
BETA=CC*ALFA*ALFA
GAM=(BB+2.*CC*EPSBO)*ALFA
DEL=AA*EPSBO
ZET=AA*ALFA
AET=1.+BB*EPSBO+CC*EPSBO**2
25 SR=SR1*ABS(ALFA)
TET1=DEL/SR-ZET*GAM/2./BETA/SR
TET2=EO*EPSPB**2/ALFA/2.
TET3=DEL/2./BETA
TET4=GAM/2./BETA/BETA
TET5=(TET4*GAM-AET/BETA)*ZET/SR
10 CONTINUE
RX=-EPSBO/(EPSE-EPSBO)*HAKT
IF(RX.GT.HGES+HSTR) RX=HGES+HSTR
IF(GENAU.LT.G1)GOTO15
RLAM=(GAM-SR)/(GAM+SR)
52 CONTINUE
TET6=(2.*EPSPB-EO*EPSPB**2/SIGBP)*EO/SR
PN=GAM/SR
A11=2.*TET2*RX
```

```
A12=(TET3-TET4*ZET)
A13=TET5-TET3*GAM/SR
DB2=-ALOG(AET)
DB3=ATGN-ATAN(PN)
24 DB=TET6*DB3+TET2*DB2
   IF(GENAU.LT.G2)GOTO16
   A1=(A11+A12*DB2+2.*A13*DB3)/DB
   GOTO17
15 CONTINUE
   CALL SIGMAB(EPSB0,SIGB)
   EBT=SIGB/EPSB0
   DB=SIGB*RX+ALFA/2.*RX*RX*EBT
   GOTO18
16 CONTINUE
   CALL SIGMAB(EPSB0,SIGB)
18 CONTINUE
   AA1=3.*EPSB0*RX+2.*ALFA*RX*RX
   AA2=(2.*EPSB0+ALFA*RX)*3.
   A1=AA1/AA2
17 CONTINUE
   IF(KRUEM.NE.1) GOTO28
   ALFA=-ALFA
   EPSE=EEMIN
   EPSB0=EBMIN
   A1=HGES+HSTR-A1
28 CONTINUE
   RETURN
26 A1=0.
   DB=0.
   RX=0.
   IF(KRUEM.NE.1) GOTO28
   ALFA=-ALFA
   EPSE=EEMIN
   EPSB0=EBMIN
   RETURN
27 CALL SIGMAB(EPSB0,SIGB)
   DB=SIGB*(HGES+HSTR)
   A1=(HGES-HSTR)/2.+HSTR
   RX=HGES+HSTR
   IF(KRUEM.NE.1) GOTO28
   ALFA=-ALFA
   EPSE=EEMIN
   EPSB0=EBMIN
   RETURN
END
```

```
SUBROUTINE SIGMAE (EPSE,SIGE)
COMMON/CAESAR/RX,DRMA,AA,BB,CC,DD,EE,FF,RMA,RMY,RMYS,RNA
COMMON/DIN1045/ IDIN,EPSEP,SIGEP,EOE
KW1=0
IF(IDIN.EQ.1) GOTO30
IF(EPSE.GT.0.) KW1=1
IF(KW1.EQ.1) EPSE=-EPSE
SIGE=DD*EPSE/(1+EE*EPSE+FF*EPSE*EPSE)
IF(KW1.NE.1) GOTO 20
EPSE=-EPSE
SIGE=-SIGE
20 CONTINUE
   RETURN
30 IF(ABS(EPSE).GE.EPSEP) GOTO40
   SIGE=EPSE*EOE
   GOTO20
```

```
40 SIGE=SIGEP*SIGN(EPSE,1.)
   GOTO20
   END
```

```
   SUBROUTINE SIGMAB(EPSBO,SIGB)
   COMMON/CAESAR/RX,DRMA,AA,BB,CC,DD,EE,FF,RMA,RMY,RMYS,RNA
   IF(EPSBO.GE.0.) GOTO20
   SIGB=AA*EPSBO
   ABC=1+BB*EPSBO+CC*EPSBO*EPSBO
   SIGB=SIGB/ABC
   RETURN
20 SIGB=0.
   RETURN
   END
```

```
   SUBROUTINE STAHLK
   COMMON /ANTON/ EO,SIGBP,EPSPB,EOE,SIGEP,EPSEP,HGES,HSTR
   COMMON /BERTA/
1  ALFA,BETA,GAM,DEL,ZET,AET,GDEL,GN,PN,RX123,
2  TET1,TET2,TET3,TET4,TET5,TET6,GM,GLAM,RLAM,SR1,ATGN
   COMMON/CAESAR/RX,DRMA,AA,BB,CC,DD,EE,FF,RMA,RMY,RMYS,RNA
   DD=EOE
   SIGEP=SIGEP
   EE=-DD/SIGEP+2./EPSEP
   FF=1./EPSEP/EPSEP
   AA=EO
   SIGBP=SIGBP
   BB=AA/SIGBP-2./EPSPB
   CC=(1./EPSPB)**2
   GDEL=4.*EO/SIGBP/EPSPB-(EO/SIGBP)**2
   SR1=SQRT(GDEL)
   GLAM=(EO*EPSPB/SIGBP-EPSPB*SR1-2. )**2/4.
   GN=(EO/SIGBP-2./EPSPB)/SR1
   ATGN=ATAN(GN)
   RETURN
   END
```

```
   SUBROUTINE BETON(I,J)
   COMMON // X(73,15,20)
   COMMON/CAESAR/RX,DRMA,AA,BB,CC,DD,EE,FF,RMA,RMY,RMYS,RNA
   COMMON /ANTON/ EO,SIGBP,EPSPB,EOE,SIGEP,EPSEP,HGES,HSTR
   COMMON/CONST/IP,JQ,DEL,DT,K1,RHO,RPHI,RT,PI,ZL,HU,HO,EMOD,RNUE,DT2
1  ,IROT,RKAP,RNUE2,G12,G13,G23,MAXK,TT(10),IPRINT,FT(4),IPMD
2  ,THETA0,ITEXT(8),SUMDT,IO,FAKDT,MJQ,MB,IPRIS,IR,MINK,MAT,E2
   K=1
10 CALL STRAIN(EPS1,EPS2,EPS3,I,J,K)
   CALL KRAMO(EPS1,EPS2,EPS3,I,J,K)
   X(I,J,K)=RNA
15 CONTINUE
   K5=K+6
   X(I,J,K5)=RMA
   IF(K.EQ.2)GOTO20
   K=2
   GOTO10
20 CONTINUE
   RETURN
   END
```

```
   SUBROUTINE STRAIN(EPS1,EPS2,EPS3,I,J,K)
   COMMON/CONST/IP,JQ,DEL,DT,K1,RHO,RPHI,RT,PI,ZL,HU,HO,EMOD,RNUE,DT2
1  ,IROT,RKAP,RNUE2,G12,G13,G23,MAXK,TT(10),IPRINT,FT(4),IPMD
2  ,THETA0,ITEXT(8),SUMDT,IO,FAKDT,MJQ,MB,IPRIS,IR,MINK,MAT,E2
```

```
COMMON /GEO/ FDR(15),FDS(15),FPHI(15),FRNULL(15),FRT(15),
1          T11(15),T22(15),TJ1(15),FCOS(15),H(15)
2          ,FRPHI(15),FD1(15),FD1NU(15),FCPR(15),FK1(15)
3          ,FGT(15),FGTK1(15),FRPP(15),FD1N2(15),FGTKN(15)
4          ,FRNT(15),FRTT(15),FG12H(15),FG12JT(15),FG13K(15)
5          ,FG23K(15),FCPNU(15),FGTRP(15),FKN21(15),FKN2(15)
6          ,FGT21(15),FG13J(15),FG23J(15),FGTCP(15)
COMMON/SCHNIT1/ DUS,DVS,DWS,DPS,DTS
1          ,DUR,DVR,DWR,DPR,DTR
2          , U , V , W , P , T
COMMON /GEOBET/ FH1,FH1S,FH2,FH2S,RMY1,RMY1S,RMY2,RMY2S
1          ,H1(15),H1S(15),H2(15),H2S(15)
COMMON /ANTON/ EO,SIGBP,EPSPB,EOE,SIGEP,EPSEP,HGES,HSTR
COMMON/CAESAR/RX,DRMA,AA,BB,CC,DD,EE,FF,RMA,RMY,RMYS,RNA
COMMON/SMIT1/Y(10),GA(12,10),IRO,IRU
H22=H(J)/2.
K11=0
ZI=-H22
IF(K.EQ.2)GOTO200
HGES=H1(J)
HSTR=H1S(J)
RMY=RMY1
RMYS=RMY1S
10 EPS=DUS+ZI*DPS
K11=K11+1
GOTO(1,2,3,4)K11
1 CONTINUE
EPS1=EPS
ZI=-H22+H1(J)
GOTO10
2 EPS2=EPS
ZI=-H22+H1S(J)
GOTO 10
3 EPS3=EPS
RETURN
4 STOP 177
200 CONTINUE
IF(J.EQ.1.AND.IRO.EQ.2)GOTO300
IF(J.EQ.JQ.AND.MOD(I,2).EQ.0.AND.IRU.EQ.2)GOTO300
CPR=FCPR(J)
HGES=H2(J)
HSTR=H2S(J)
RMY=RMY2
RMYS=RMY2S
210 ADD1=DVR+CPR*U+W/FRNULL(J)
ADD2=ZI*(DTR+CPR*P)
EPS=(ADD1+ADD2)/(1+ZI/FRT(J))
K11=K11+1
GOTO(101,102,103,4)K11
101 CONTINUE
EPS1=EPS
ZI=-H22+H2(J)
GOTO210
102 EPS2=EPS
ZI=-H22+H2S(J)
GOTO210
103 EPS3=EPS
RETURN
300 CONTINUE
RETURN
END
```


Ende der Dissertation Klein